

Staatsexamen Physik

(Lehramt, nicht-vertieft)

Frühjahr 2015

Julian Palme

(Stand: 23. Februar 2015)

Dies ist ein selbst erstelltes Skript auf der Basis alter Staatsexamensaufgaben und der Quellen im Quellenverzeichnis. Dieses Dokument ist KEIN offizielles Skript und wurde gesetzt in L^AT_EX von Julian Palme.

Inhaltsverzeichnis

I Mechanik	5
F 2010 K, Aufgabe 1: Bungee-Springen	5
H 2010 K, Aufgabe 2: Rakete	5
F 2011 K, Aufgabe 1: Straßenverkehr	6
H 2011 K, Aufgabe 1: Erdbohrung	7
F 2012 K, Aufgabe 1: Federbein	8
H 2012 K, Aufgabe 1: Geschwindigkeit und Beschleunigung	9
F 2013 K, Aufgabe 1: Haftung und Gleitreibung	9
H 2013 K, Aufgabe 1: Dampfturbine	10
II Elektrodynamik	11
F 2010 K, Aufgabe 3: Glühemission	11
H 2010 K, Aufgabe 3: Widerstands-Schaltungen	11
F 2011 K, Aufgabe 2: Elektrische Ladungen und Felder	12
H 2011 K, Aufgabe 4: Kapazität und geladene Kugeln	14
F 2012 K, Aufgabe 3: Ionen im Magnetfeld	15
H 2012 K, Aufgabe 4: Stromdurchflossener Draht	17
F 2013 K, Aufgabe 3: Kondensatoren	18
H 2013 K, Aufgabe 4: Stab im Magnetfeld	19
F 2014 K, Aufgabe 3: Messung von Hochspannungen	20
III Optik	21
F 2010 K, Aufgabe 4: Vergütetes Glas	21
H 2010 K, Aufgabe 4: Totalreflexion	21
F 2011 K, Aufgabe 4: Astronomisches Teleskop	23
H 2011 K, Aufgabe 3: Doppelspalt mit Glasplatte	25
Kohärenz	26
Kohärenzlänge	26
F 2012 K, Aufgabe 4: Abbildung mit Linsen	26
H 2012 K, Aufgabe 3: Reflexionsgitter	27
F 2013 K, Aufgabe 4: Strahlenoptik: Reflexion und Brechung	28
H 2013 K, Aufgabe 3: Abbildung durch eine Linse	28
IV Wärmelehre	30
F 2010 K, Aufgabe 2: Ideale Gase in Flaschen	30
H 2010 K, Aufgabe 1: Geothermie	30
F 2011 K, Aufgabe 3: Flüssigkeitskalorimeter	31
H 2011 K, Aufgabe 2: Barometrische Höhenformel	32
F 2012 K, Aufgabe 2: Fahrradreifen	33
H 2012 K, Aufgabe 2: Wärmeaustausch	33
F 2013 K, Aufgabe 2: Mischkalorimeter	34
H 2013 K, Aufgabe 2: Eisberg	34
V Aufbau der Materie I – Quanten, Atome und Moleküle	36
F 2011 M, Aufgabe 1: Atome im Magnetfeld	36
F 2012 M, Aufgabe 1: Quantenzahlen und Atomspektren	37
F 2012 M, Aufgabe 3: Wasserstoffähnliche Ionen	38
H 2012 M, Aufgabe 2: Röntgenröhre und Bodyscanner	39
F 2013 M, Aufgabe 1: Spektrallinien des Wasserstoffatoms	40
H 2013 M, Aufgabe 1: Helium-Ionen	41
VI Aufbau der Materie IIa – Festkörperphysik	43

Verständnisfragen	43
F 2012 M, Aufgabe 4: Anregungen in Festkörpern	50
H 2012 M, Aufgabe 1: Freies Elektronengas	51
H 2012 M, Aufgabe 3: Kristallstruktur und elektronische Eigenschaften im Festkörper . . .	54
F 2013 M, Aufgabe 3: Kristallstruktur von Festkörpern	55
F 2013 M, Aufgabe 4: Elektrische Leitfähigkeit von Festkörpern	57
H 2013 M, Aufgabe 4: Struktur von Aluminium	58

VII Aufbau der Materie IIb – Kerne und Teilchen	59
--	-----------

F 2012 M, Aufgabe 2: Kernmasse	59
H 2012 M, Aufgabe 4: Kernspaltung und Folgen	59
F 2013 M, Aufgabe 2: Uranspaltung	60
H 2013 M, Aufgabe 2: Betazerfall des freien Neutrons	60
H 2013 M, Aufgabe 3: Bohrsches Atommodell für wasserstoffartige Ionen	61

Literatur

I Mechanik

F 2010 K, Aufgabe 1: Bungee-Springen

[HH02, S. 10]: $F = Ds$

$$(a) F_G = F_{\text{Dehnung}} \implies (*) m_1 g = Ds \implies D = \frac{mg}{s} = \dots \approx 23 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$(b) E_{\text{kin}} = E_{\text{span}} \implies \frac{1}{2} m_2 v^2 = \frac{1}{2} D s^2 \implies v^2 = \frac{D s^2}{m_2}$$

$$\text{Aus (a) und (*) folgt: } s = \frac{m_2 g}{D} = \dots \approx 34 \text{ m}$$

$$\implies v^2 \approx 336.43 \frac{\text{N}}{\text{m kg}} \implies v \approx 18.34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(c) mgh = \frac{1}{2} D s^2 \implies h = \frac{1}{2mg} \cdot D s^2 = \dots = 15 \text{ m}$$

$$(d) [\text{MS13, S. 243}]: f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} = \dots \approx 0.09 \text{ Hz}$$

(e) Ursachen: Luftreibung, Reibung im Material selbst

[MS13, S. 244]: $m\ddot{s} + \alpha\dot{s} + Ds = 0$, wobei α der Dämpfungskoeffizient ist.

H 2010 K, Aufgabe 2: Rakete

$$(a) m\ddot{x} = F_{\text{ges}} = -F_G - F_{\text{Schub}} = -m(t)g(r) - w \cdot \frac{dm}{dt}$$

$$\implies \ddot{x} = -g(r) - w \cdot \frac{\dot{m}}{m(t)}$$

(b) Mit $F_{\text{ges}} = 0$ folgt:

$$F_G = -F_{\text{Schub}}$$

$$mg = -w \cdot \underbrace{\frac{dm}{dt}}_{=\dot{m}}$$

$$\implies -\frac{\dot{m}}{m} = \frac{g}{w} = \dots \approx 0.49 \% \frac{1}{\text{s}}$$

$$(c) g = \text{const} \implies \ddot{x} = -g - w \cdot \frac{\dot{m}}{m(t)}$$

$$\implies \int_0^t \ddot{x} dt = - \int_0^t g dt - \int_0^t w \cdot \frac{\dot{m}}{m(t)} dt = -gt - w \cdot \int_0^t \frac{\dot{m}}{m(t)} dt$$

$$= -gt - w \cdot \int_0^t \frac{1}{m(t)} dm = -gt - w \left[\ln(m(t)) - \ln(m(0)) \right]$$

$$= -gt - w \cdot \ln \left(\frac{m(t)}{m(0)} \right) = w \cdot \ln \left(\frac{m(0)}{m(t)} \right) - gt = w \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - \dot{m}t} \right) - gt$$

$$= v(t)$$

(d) Berechnete Geschwindigkeit ist kleiner als die reale, da g von der Entfernung der Erde abhängig ist und mit zunehmender Entfernung abnimmt. Das heißt, es wird ein immer kleinerer Teil gt subtrahiert und $v(t)$ wird mit zunehmendem r – und somit zunehmender

Zeit t – immer größer

$$v = 10^{-4} \cdot c \stackrel{!}{=} w \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - \dot{m}t} \right)$$

$$m_n := m_{\text{nutz}} = m_0 - \dot{m}t$$

$$\Rightarrow 10^{-4} \cdot c = w \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m_n} \right)$$

$$\Rightarrow \exp \left(\frac{10^{-4} \cdot c}{w} \right) = \frac{m_0}{m_n}$$

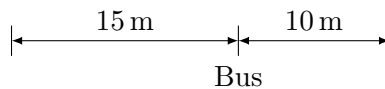
$$\Rightarrow \frac{m_n}{m_0} = \frac{1}{\exp \left(\frac{10^{-4} \cdot c}{w} \right)} \approx 3.09 \cdot 10^{-7} = 3.09 \cdot 10^{-5} \%$$

$$w = c \Rightarrow \frac{m_n}{m_0} = \frac{1}{\exp(10^{-4})} \approx 99.99 \%$$

Problem: Umwandlung von 0.01 % der Raketenmasse in Photonen in einer endlichen Zeitspanne ist NICHT möglich.

F 2011 K, Aufgabe 1: Straßenverkehr

(a) $v = \frac{s}{t} \Rightarrow s = vt$

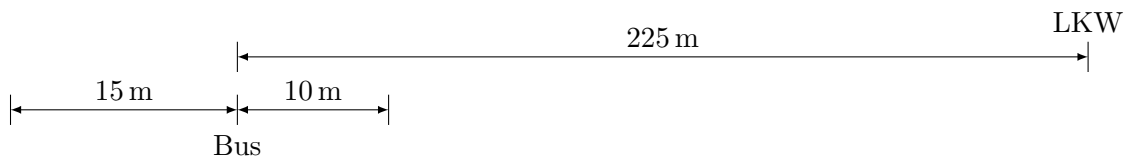


$$\Delta v = v_{\text{PKW}} - v_{\text{Bus}} = \frac{40}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{\Delta v} = \frac{45}{8} \text{ s}$$

$$\Rightarrow s_{\text{PKW}} = v_{\text{PKW}} \cdot \Delta t = 112.5 \text{ m}$$

(b) Skizze:



$$\Rightarrow \Delta s_{\text{LKW}} = 225 \text{ m} - 10 \text{ m} = 215 \text{ m}$$

$$\Delta s = \Delta s_{\text{LKW}} - s_{\text{PKW}} = 102.5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v_{\text{LKW}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \dots \approx 18.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 65.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

(c) [MS13, S. 68]: Zentripetalkraft: $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r_K}$

[MS13, S. 69]: Haftreibungskraft: $F_R = \mu_0 F_N = \mu_0 mg$

$$\begin{aligned} F_Z &= F_R \\ \Rightarrow v &= \sqrt{\mu_0 g r_K} \\ \Rightarrow v_{tr} &\approx 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 36.5 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v_{gl} &\approx 4.54 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 16.3 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

- (d) Spoiler sind so gebaut, dass auf Grund des Luftstroms um die Spoiler herum eine resultierende Kraft nach unten in Richtung F_N und somit in Richtung F_R wirkt. Die „Anpresskraft“ des Autos (F_N) wird also verstärkt. Mit obigen Formeln gilt also, dass bei größerem F_N auch die Geschwindigkeit höher gewählt werden kann.

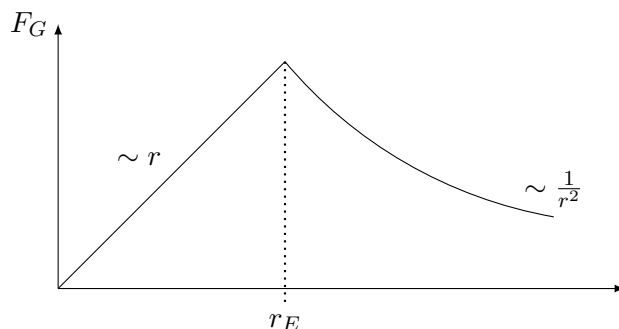
(e) $P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt$
 [MS13, S. 74]: $v_0 = 0 \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow t = \frac{mv^2}{2P} \approx 2.41 \text{ s}$

H 2011 K, Aufgabe 1: Erdbohrung

- (a) $F_G = 0$. Durch die vollkommene Kugelsymmetrie heben sich die Kräfte von allen Seiten auf (Analogie E-Lehre: homogen geladene Kugel).

- (b) $F_G = G \cdot \frac{mM_E(r)}{r^2}$ (Analogie Coulombgesetz)
 Nur Masse innerhalb des Radius r ist entscheidend!!!
 homogene Dichte der Erde: $\rho_E = \frac{M_E}{V_E}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_E(r) &= \rho_E \cdot V_E(r) = \rho_E \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \\ \Rightarrow F_G(r) &= G \cdot \frac{mM_E(r)}{r^2} = \frac{4}{3} \pi G m \rho r \quad \text{für } r < r_E \\ F_G(r) &= G \cdot \frac{mM_E}{r^2} \quad \text{für } r > r_E \end{aligned}$$



- (c) [MS13, S. 87]: Gravitationspotential: $V_G = \int_{\infty}^r g_0 dr' = \int_{\infty}^r \frac{F_G(r')}{m} dr' \stackrel{(b)}{=} \frac{2}{3} \cdot \pi G m \rho r^2$
 V_G ist an beiden Enden der Bohrung gleich hoch mit Minimum im Mittelpunkt.
 Rückstellende Kraft ist linear, also ist das Potential harmonisch (quadratisch). Es gilt:

$$-m\ddot{r} = \underbrace{\frac{4}{3} \cdot \pi G m \rho r}_{=F_G(r)} \Rightarrow \ddot{r} = -\frac{4}{3} \cdot \pi G \rho r$$

[MS13, S. 244]: Ansatz: $r(t) = A \cdot \sin(\omega t) \implies \ddot{r} = -A \sin(\omega t) \omega^2$

$$\implies A \omega^2 \sin(\omega t) = \frac{4}{3} \pi G \rho A \sin(\omega t) \implies \dots \implies \omega = \sqrt{\frac{4}{3} \pi G \rho} = \frac{2\pi}{T} \implies T = \dots$$

(d) [MS13, S. 244]: gedämpft: $m\ddot{y} \underbrace{-\alpha\dot{y}}_{F_{\text{Verlust}}} + ky = 0$ mit α als Dämpfungskoeffizient

$$\implies k = \frac{-m\ddot{y} + \alpha\dot{y}}{y}$$

$$[MS13, S. 243]: T = 2\pi \sqrt{\frac{my}{-m\ddot{y} + \alpha\dot{y}}} = 2\pi \sqrt{\frac{y}{-\ddot{y} + \frac{\alpha\dot{y}}{m}}}$$

$\implies T$ wird größer

F 2012 K, Aufgabe 1: Federbein

(a)

$$F_G = 2m_P g$$

$$F_S = ks$$

$$\frac{1}{4} F_G = F_S$$

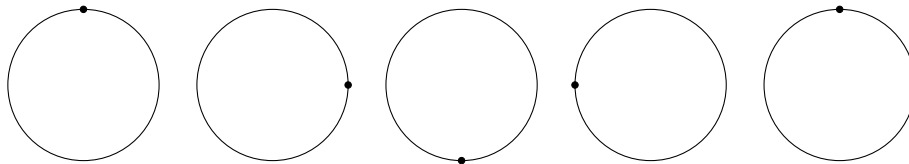
$$\implies k = \frac{m_P g}{2s} \approx 17.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(b) [MS13, S. 250]: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_0}} \approx 1.19 \text{ Hz}$

(c) M verteilt sich auf alle vier Feder $\implies k' = 4k$

$$[MS13, S. 243]: \tau = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} (*)$$

Wie lange braucht der Reifen mit v_0 für einen Umlauf?



Dies entspricht $\cos(\varphi)$ für $\varphi \in [0, 2\pi]$ und es folgt:

$$\tau = \frac{2\pi R}{v_0} \stackrel{(*)}{=} 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}} \implies v_0 = R \sqrt{\frac{k'}{m}} \approx 2.24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(d) [MS13, S. 247]: aperiodischer Grenzfall

[MS13, S. 245]: freie gedämpfte Schwingung

(e) [MS13, S. 245]:

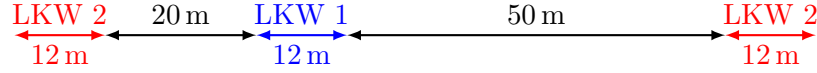
- $\omega^2 > 0$, also $\alpha^2 < 4mk$: gedämpfte Schwingung
- $\omega^2 = 0$, also $\alpha^2 = 4mk$: aperiodischer Grenzfall
 \rightsquigarrow optimaler Fall für Stoßdämpfer
- $\omega^2 < 0$, also $\alpha^2 > 4mk$: Kriechfall

$$\alpha_g = \sqrt{4m_0 k} \approx 4.77 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

H 2012 K, Aufgabe 1: Geschwindigkeit und Beschleunigung

- (a) \vec{v} immer tangential zur Bahnkurve
 \vec{a} immer senkrecht zur Erde mit $a = g$

(b) Skizze:



(i)

$$v'_{\text{LKW2}} - v_{\text{LKW1}} = \frac{25}{18} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t := \frac{25}{18} \frac{\text{m}}{\text{s}} : 0.50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{25}{9} \text{s}$$

$$x(t) = \frac{a}{2} t^2 = \frac{625}{324} \text{m}$$

$$t_{\text{ges}} := \left[20 + 12 + 50 + 12 - \frac{625}{324} \right] \text{m} : \frac{25}{18} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 66.291 \text{s}$$

\Rightarrow Überholvorgang dauert ca. 69.1 s

- (ii) $s_{\text{ges}} := (20 + 12 + 50 + 12) \text{m} + v_{\text{LKW1}} \cdot t_{\text{ges}} \approx 1.63 \text{km}$
 (iii) [MS13, S. 75]: $P = \frac{W_B}{t} = \frac{E_{\text{kin},2} - E_{\text{kin},1}}{t} = \frac{1}{2} m \frac{v_{\text{LKW2}}'^2 - v_{\text{LKW2}}^2}{t} \approx 230 \text{kW}$
 (iv) [HH02, S. 31] oder [MS13, S. 107]: $F_w = c_w A \frac{\rho v^2}{2}$

Beschleunigung

$$[\text{MS13, S. 73}]: W_a = \int_0^{x'} F(s) ds = \frac{1}{2} c_w A \rho \int_0^{x'} v^2 ds$$

$$\text{mit [MS13, S. 33] folgt: } W_a = \frac{1}{2} c_w A \rho \int_0^{x'} (v_{\text{LKW1}}^2 + 2as) ds = \frac{1}{2} c_w A \rho [v_{\text{LKW1}}^2 s + as^2]_0^{x'}$$

$$\text{mit } x' \stackrel{(i)}{=} x(t) + v_{\text{LKW1}} t \text{ folgt: } W_a \approx 98.16 \text{kJ}$$

Überholen

$$W_u = F \cdot x(t) = \frac{1}{2} c_w A \rho v_{\text{LKW2}}^2 (s_{\text{ges}} - x') \approx 2.729 \text{MJ}$$

$$\text{in (iii) gilt: } W_B = \frac{1}{2} m (v_{\text{LKW2}}'^2 - v_{\text{LKW2}}^2) \approx 641.2 \text{kJ}$$

$$\Rightarrow P = \frac{W_a + W_u + W_B}{t + t_{\text{ges}}} \approx 50.2 \text{kW}$$

F 2013 K, Aufgabe 1: Haftung und Gleitreibung

- (a) **BILD** im Fall (i) wirkt \vec{F}_R in Richtung Hang nach unten; im Fall (ii) nach oben

(b) $F_H = F_{G,2} \Rightarrow F_{G,1} \cdot \sin(\alpha) = m_2 \cdot g \Rightarrow m_2 \approx 7.28 \text{kg}$

$$(c) F_H + F_R = F_{G,2} \implies F_{G,1} \cdot \sin(\alpha) + \mu \cdot F_{G,1} \cdot \cos(\alpha) = m_2 \cdot g \implies m_2 \approx 12.75 \text{ kg}$$

$$(d) F_H = F_{G,2} + F_R \implies F_{G,2} = F_H - F_R \implies m_2 \approx 1.8 \text{ kg}$$

(e) Masse m_2 :

$$F = F_G - F_Z$$

$$m_2 a = m_2 g - F_Z \iff a = \frac{m_2 g - F_Z}{m_2} \quad (*)$$

Masse m_1 :

$$F = F_z - F_H - F_R$$

$$m_1 a = F_z - m_1 g \sin(\alpha) - \mu m_1 g \cos(\alpha) \quad (**)$$

$$\iff a = \frac{F_z - m_1 g (\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))}{m_1}$$

$$\text{Mit } (*) \text{ und } (**) \text{ folgt: } F_z = m_1 m_2 g \cdot \frac{1 + \sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha)}{m_1 + m_2}$$

$$(f) \text{ mit (e) bzgl. } (**) \text{ folgt: } a \approx 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

H 2013 K, Aufgabe 1: Dampfturbine

$$(a) [\text{MS13, S. 82}]: E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_x \omega^2 = \frac{L^2}{2 I_x}$$

$$[\text{MS13, S. 83}]: L = I_x \omega$$

$$[\text{MS13, S. 254}]: \omega = 2\pi\nu$$

$$\implies E_{\text{rot}} \approx 19 \text{ GJ} \text{ und } L \approx 0.12 \cdot 10^9 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

$$(b) U = 2\pi \frac{d}{2} \approx 11.94 \text{ m}$$

$$\implies v = 50 \text{ Hz} \cdot 11.92 \text{ m} \approx 0.60 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$(c) [\text{MS13, S. 82}]: P = M\omega \implies M = \frac{P}{\omega} \approx 4.1 \cdot 10^6 \text{ Nm}$$

$$(d) P_K \neq P_{\text{Last}} = \text{const}$$

$$\omega(0) = \omega_0$$

$$\Delta E_{\text{rot}} = E_{\text{rot}}(t=0) - E_{\text{rot}}(t) = \frac{1}{2} I_x [\omega_0^2 - \omega^2(t)]$$

$$\text{Energiezufuhr/-abnahme: } \Delta P = P_{\text{Last}} - P_K = \text{const}$$

$$\Delta E_{\text{rot}} = \Delta P \cdot t = \frac{1}{2} I_x [\omega_0^2 - \omega^2(t)] \quad (*)$$

$$\implies \omega(t) = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2\Delta P t}{I_x}}$$

$$(e) \text{ mit } (*) \text{ aus (d) folgt: } t = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_x}{\Delta P} [\omega_0^2 - (2\pi\nu_{\text{krit}})^2] \approx 4.42 \text{ s}$$

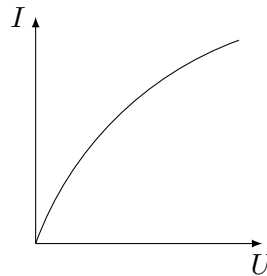
II Elektrodynamik

F 2010 K, Aufgabe 3: Glühemission

- (a) [MS13, S. 174]: $\varrho = \varrho_0(1 + \alpha\Delta T) = \dots = 4.64 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$
 [MS13, S. 170]: $R = \varrho \cdot \frac{l}{A} = \varrho \cdot \frac{l}{db} = \dots \approx 92.9 \text{ m}\Omega$
- (b) [MS13, S. 324]: $P = \varepsilon \sigma A (T_B^4 - T_U^4)$
 [MS13, S. 322]: $\varepsilon = 1$ für schwarze Körper $\Rightarrow P = \sigma A (T_B^4 - T_U^4) = \dots \approx 27.31 \text{ W}$
 [MS13, S. 181]: $P = I^2 R \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \dots \approx 17.15 \text{ A}$
- (c) [MS13, S. 169]: $J = \frac{I}{A} \Rightarrow I_S = J \cdot A$
 Mit $J = j_s$ folgt: $I_S = CT^2 \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \cdot A = 10.98 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \cdot \underbrace{db}_{=6.59 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} \approx 7.24 \mu\text{A}$
- (d) Reihenschaltung: $U = U_R + U_B = RI_H + R_B I_H \Rightarrow R = \frac{U}{I_H} - R_B = \dots \approx 13.32 \Omega$
 [MS13, S. 181]: $P_{\text{Verlust}} = RI_H^2 \approx 3.92 \text{ kW}$
effizienter: Transformator: [MS13, S. 267]: $P = I_1 U_1 = I_2 U_2 = R_B I_H^2$
 \leadsto geringere Stromaufnahme auf Primärseite

H 2010 K, Aufgabe 3: Widerstands-Schaltungen

- (a) $R = \frac{U}{I}$
- (1) hoher Einschaltstrom \Rightarrow Widerstand klein
- (2) bei gewisser Spannung U stellt sich I anhand der Kenndaten der Lampe ein:
 $P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U}$



- (b) $U_{\text{Reihe}} = U_1 + U_2 + \dots$
 $U_{\text{Parallel}} = U$
 $\Rightarrow U_3 = U_5 < U_6 < U_2 < U_4 < U_1$
- (c) Parallelschaltung: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$
 Reihenschaltung: $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- (1) $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_a = \frac{R}{2}$
- (2) $R_b = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$
- (3) $\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3R} \Rightarrow R_c = \frac{3}{5}R$
- (4) $R_d = \frac{3}{5}R + R = \frac{8}{5}R$
- (5) $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{8}{5}R} = \frac{13}{8R} \Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{8}{13}R$
- $U = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{U}{R} \Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{13}{8} \cdot \frac{U}{R_{\text{ges}}}$

- (d) $I \uparrow \Rightarrow \text{Verlustleistung} \uparrow \rightsquigarrow \text{Draht wird heißer}$
Es folgt:

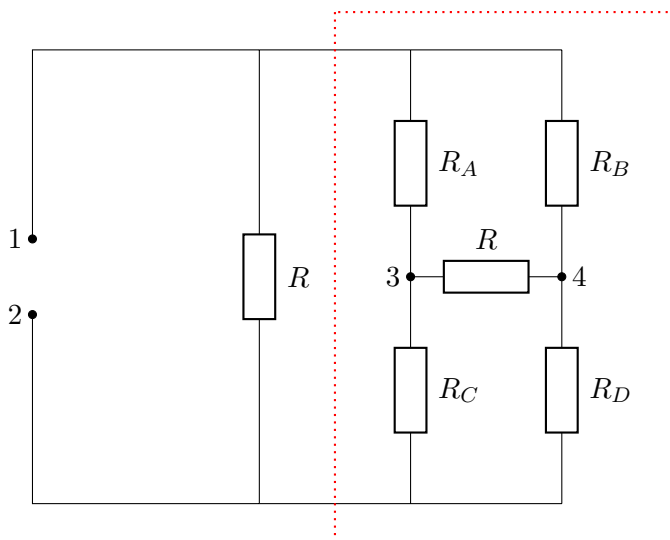
(1) Abstrahlleistung steigt/wird heller

(2) Wiensches Verschiebungsgesetz \Rightarrow Wellenlängenintensitätsmaximum wird zu kleineren λ verschoben

[MS13, S. 325]: $\lambda_{\max} \cdot T = b$ mit b als Wiensche Konstante

L_1 hat höchsten Strom \Rightarrow höchster Blauanteil

- (e) Tetraeder-Schaltung



Wheatstonesche Brückenschaltung
mit Gesamtwiderstand R_W

[MS13, S. 179]: $\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D} \Rightarrow I_{34} = 0$

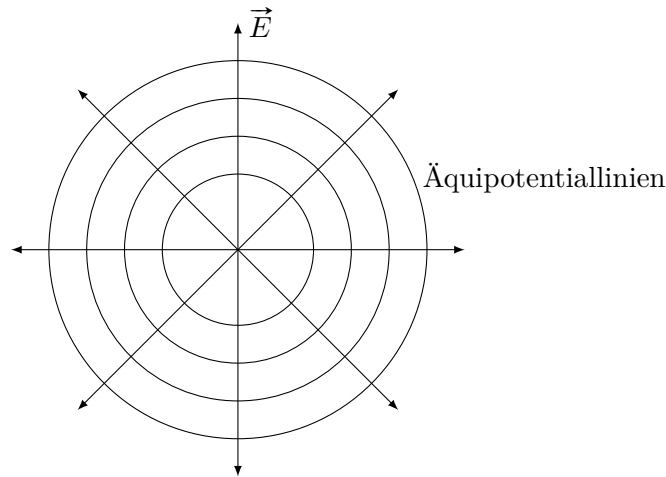
$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R} + \underbrace{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}}_{=\frac{1}{R_W}} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{\text{ges}} = 2R$$

(f) $U_{\text{ges}} = U_{12} + U_{23}$ und $U_{13} = U_{23} \Rightarrow U_{23} = \frac{1}{2} \cdot U_{\text{ges}}$

(g) $I_{34} = 0 \rightsquigarrow$ siehe (c) ($U_{34} = 0$) und $I_{13} = \frac{1}{2} \cdot I_{\text{ges}}$, da $R = R_W$

F 2011 K, Aufgabe 2: Elektrische Ladungen und Felder

- (a) Skizze:



[MS13, S. 183]: $U_{ab} = \varphi_b - \varphi_a = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{x_{a,1}} - \frac{1}{x_{b,1}} \right) \approx 115.04 \text{ V} \approx 115 \text{ V}$

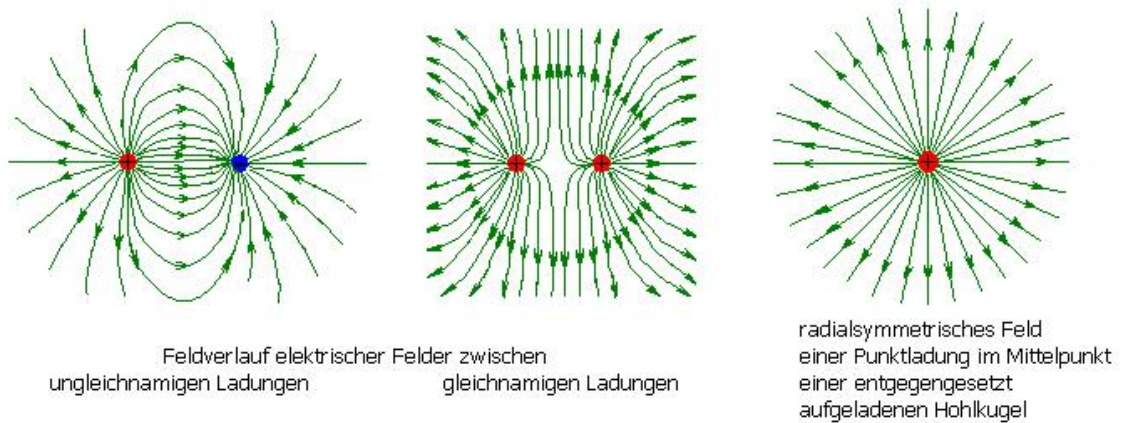
(b) Sei $x_{q,0} := x_q(t=0) = 10 \text{ cm}$ und sei $x_{q,t} := 8 \text{ cm}$.

[MS13, S. 182]: $F = qE = q \cdot \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x_{q,0}^2}$

$F = m_q a \implies a = \frac{F}{m_q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x_{q,0}^2 m_q}$

[MS13, S. 38]: $v = \sqrt{v_0^2 + 2as} \stackrel{\text{hier}}{=} \sqrt{v_{x,a}^2 + 2 \cdot \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x_{q,0}^2 m_q} \cdot (x_{q,0} - x_{q,t})}$

(c) $E = 0$ bei $x = (10 \text{ cm}, 0 \text{ cm}) \rightsquigarrow$ Felder entgegengesetzt gleich \implies heben sich auf
Im folgenden Bild¹ ist die mittlere Grafik (gleichnamige Ladungen) von Bedeutung:



(d) $q = +0.1 \text{ nC}$

(i) KEINE Kraft in y -Richtung; Feldminimum $E = 0$ bei $(10 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$ für $q > 0 \implies$ rücktreibende Kraft

(ii) KEINE Kraft in x -Richtung; Feldminimum $\rightarrow \pm\infty$ für $q > 0 \implies$ Bewegung entlang y -Achse, weg von x -Achse

$q = -0.1 \text{ nC}$

(iii) KEINE Kraft in y -Richtung; Feldminimum bei x_a und x_b für $q < 0 \implies$ Bewegung in Richtung Q_1 oder Q_2

¹http://elektroniktutor.oszkim.de/grundlagen/gr_pict/efeldlin.gif (Zugriff am 27.12.2014)

(iv) KEINE Kraft in x -Richtung; Feldminimum bei (10 cm, 0 cm) für $q < 0 \Rightarrow$ rücktreibende Kraft

(e) [MS13, S. 182]: $E = \frac{U}{s} = \text{const}$, da homogenes Feld, das heißt $E_{10} = E_{15}$

$$[\text{MS13, S. 183}]: D = \varepsilon_0 E \Rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_0} \approx 578.26 \frac{\text{V}}{\text{m}} \approx 578 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

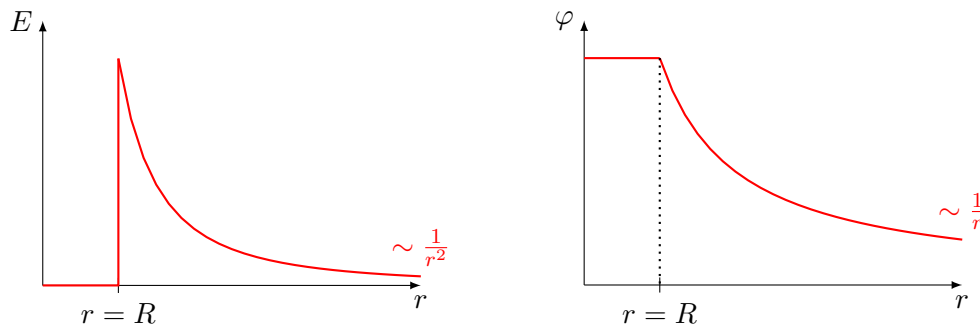
H 2011 K, Aufgabe 4: Kapazität und geladene Kugeln

(a) [MS13, S. 187]: $C_a = \varepsilon_a \varepsilon_0 \frac{S}{d_a}$ und $C_b = \varepsilon_b \varepsilon_0 \frac{S}{d_b}$

$$[\text{MS13, S. 188}]: \text{Reihenschaltung: } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b} \Rightarrow C = \dots = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_a}{\varepsilon_a} + \frac{d_b}{\varepsilon_b}}$$

(b) $r < R$: $E = 0$ und [MS13, S. 183]: $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$$r \geq R: [\text{MS13, S. 182}]: E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \text{ und } \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$



$$[\text{MS13, S. 187}]: C = \frac{Q}{U}$$

$$[\text{MS13, S. 183}]: U = \varphi(r = R) - \varphi(r \rightarrow \infty) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R} - 0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}$$

$$\Rightarrow C = Q \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 R}{Q} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

(c) [MS13, S. 189]: $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$

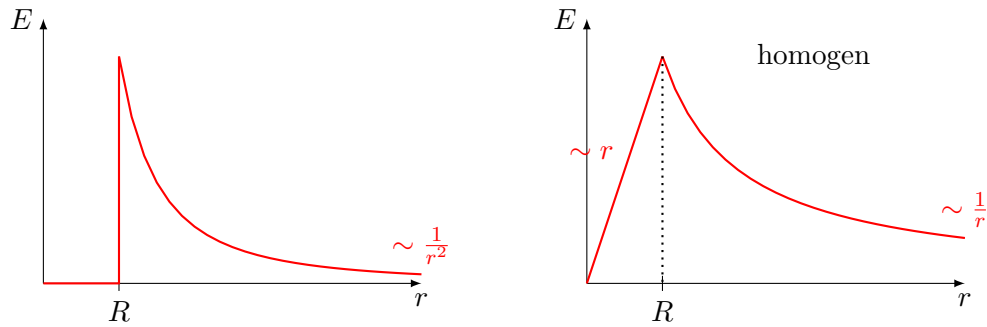
(d) $\varrho = \frac{Q}{V}$ und $Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \varrho$ (*)

$$[\text{MS13, S. 182}]: E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$Q(r) = \varrho \cdot V = \varrho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \stackrel{(*)}{=} Q \cdot \frac{r^3}{R^3}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot Q \cdot \frac{r}{R^3} \text{ für } r < R$$

$$\text{Für } r \geq R \text{ gilt nach (b): } E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$



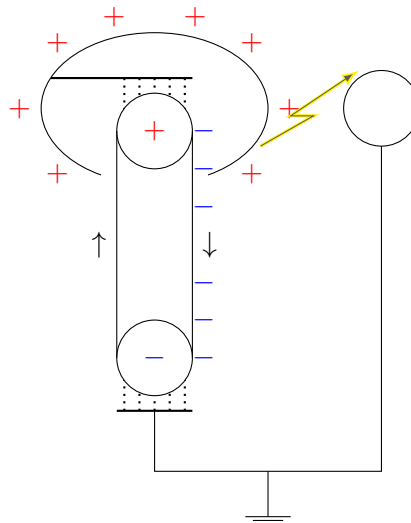
homogen geladene Kugel hat größere Fläche unter dem Graphen und es folgt:

$$W_{\text{hom}} = \int W_{\text{el}} dr > W_{\text{leit}}$$

- (e) Gummiband, das über zwei Rollen läuft. Untere Rolle treibt an, obere Rolle ist Acrylglas, über welches das Gummiband reibt.

Ladungstrennung: Acryl + und Gummi –

Negative Ladungen werden nach unten abtransportiert und fließen ab. Positive Ladungen werden mit Metallkamm auf Metallkugel übertragen.



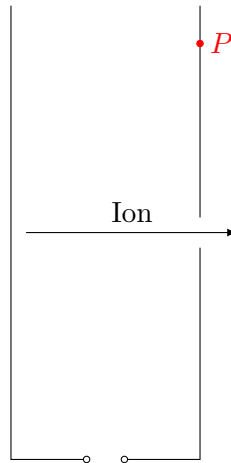
F 2012 K, Aufgabe 3: Ionen im Magnetfeld

- (a) Rechte-Hand-Regel:

- Daumen: Bewegungsrichtung des Ions
- Zeigefinger: Magnetfeld
- Mittelfinger: Richtung der Ablenkung

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$$

\Rightarrow Ion wird nach oben abgelenkt



Punkt P ist angedeuteter Kreismittelpunkt.

[MS13, S. 228]: Kraft auf das bewegte Ion ist die Lorentzkraft mit Betrag $F_L = QvB$ für $\vec{v} \perp \vec{B}$.

$$F_r = F_L$$

$$m \frac{v^2}{r} = QvB \implies r = \frac{mv}{QB}$$

r ist Radius der entstehenden Kreisbahn

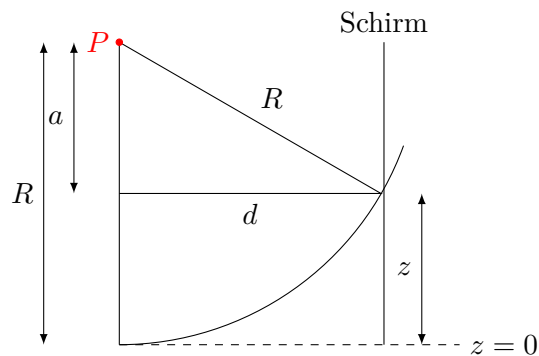
(b) aus (a) folgt: $mv = RQB$

$E_{\text{el}} = E_{\text{kin}}$ und mit [MS13, S. 169] folgt:

$$v = \sqrt{2QUm}$$

$$\implies \sqrt{2mQU} = RQB \implies m \approx 14 \text{ u}$$

$$\implies v \approx 52 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$



$$R^2 - d^2 = a^2 \implies a = \sqrt{R^2 - d^2} \implies z = R - a = R - \sqrt{R^2 - d^2} \approx 0.98 \text{ cm}$$

(c)

$$v \approx 57 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$R_C \approx 47 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$z_C \approx 1.1 \text{ cm}$$

$$\Delta z = |z_C - z| = 0.12 \text{ cm} < 0.2 \text{ cm}$$

\Rightarrow NICHT unterscheidbar

(d) • $v \downarrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow F_L$ besser

• $d \uparrow \Rightarrow z$ größer

• $B \uparrow \Rightarrow r$ kleiner

(e)

$$F_L = F_{\text{el}}$$

$$QvB = QE \Rightarrow E = vB \stackrel{(b)}{=} \sqrt{\frac{2eU}{m_C}} B \approx 8.51 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

(f) aus (e) folgt: $E \propto v \propto \sqrt{e} = \sqrt{Q}$

Bei größerem Q wird r kleiner und E größer

H 2012 K, Aufgabe 4: Stromdurchflossener Draht

(a) [MS13, S. 170]: $R = \varrho \frac{L}{A} = \varrho_{\text{Cu}} \frac{L}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi} \approx 0.48 \Omega$

$$[\text{MS13, S. 169}]: J = \frac{I}{A} \approx 0.28 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

(b) B ist aus Symmetriegründen außerhalb des Leiters auf dem konzentrischen Kreis konstant, also gilt:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} Br \, d\varphi = 2\pi Br$$

$$\text{mit Angabe folgt: } 2\pi Br = \mu_0 I \Rightarrow B(0.1 \text{ m}) \approx 4.0 \mu\text{T}$$

(c)

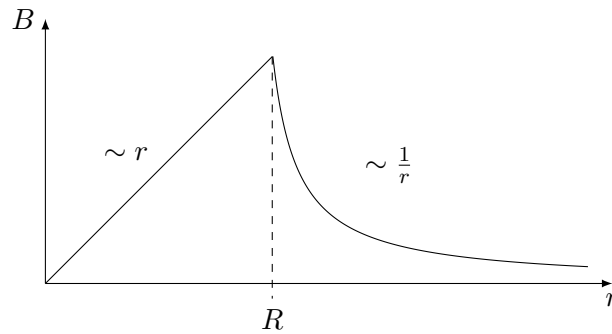
BILD Skizze

geschlossene magnetische Feldlinien, da [MS13, S. 201]: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ und es existieren KEINE magnetischen Monopole

(d) Sei R der Radius des Leiters.

$$[\text{MS13, S. 169}]: J = \frac{I}{A} \Rightarrow I = JA = J\pi r^2 \Rightarrow \frac{I(r)}{I} = \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow I(r) = \frac{Ir^2}{R^2}$$

$$\text{mit (b) folgt: } \frac{2\pi Br}{\mu_0} = \frac{Ir^2}{R^2} \Rightarrow B = \frac{Ir\mu_0}{2\pi R^2} \text{ für } r \leq R$$



(e) [MS13, S. 205]: $F = \frac{\mu_0 \mu_r I_1 I_2 l}{2\pi d}$

mit $\mu_r = 1$ ([MS13, S. 169]) und $I_1 = I_2 = I$ folgt: $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$

Linke-Hand-Regel \implies Leiter ziehen sich an

[MS13, S. 169]: Definition des Ampere

F 2013 K, Aufgabe 3: Kondensatoren

(a) [MS13, S. 187]: $C = \underbrace{\varepsilon_r}_{=1} \varepsilon_0 \frac{ab}{d} \approx 44 \text{ pF}$

[MS13, S. 187]: $C = \frac{Q}{U} \implies U = \frac{Q}{C}$

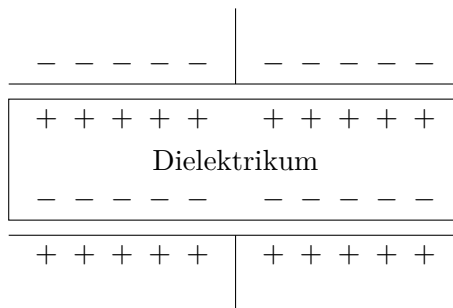
[MS13, S. 182]: $E = \frac{U}{d} \implies E = \frac{Q}{Cd} \approx 2.3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$

(b) [MS13, S. 189]: $W = \frac{1}{2} QU \approx 0.11 \text{ nJ}$

(c) nach (a) gilt: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{ab}{d} \approx 93 \text{ pF}$

(d) nach (a) gilt: $E = \frac{Q}{Cd} \approx 1.1 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$

physikalische Ursache für den Unterschied zur ursprünglichen Feldstärke:



Atome im Dielektrikum werden polarisiert, das heißt, innerhalb des Dielektrikums hebt sich das elektrische Feld auf. An der Oberfläche entstehen Polarisationsladungen, die ein entgegengesetztes Feld bewirken. Dieses Feld ist betragsmäßig kleiner als das ohne Dielektrikum.

(e) $C_1(x) = \underbrace{\varepsilon_r}_{=1} \varepsilon_0 \frac{xb}{d} = \varepsilon_0 \frac{xb}{d}$

$C_D(x) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{(a-d)b}{d}$

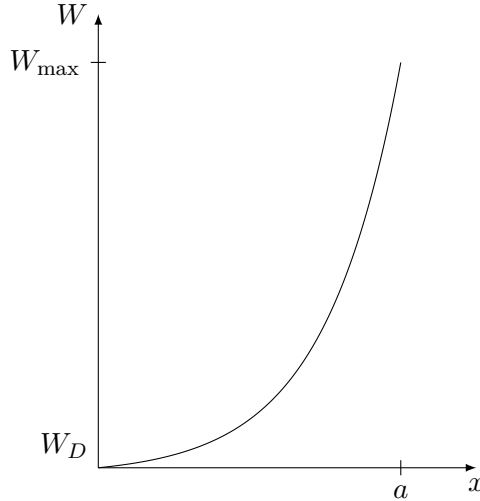
[MS13, S. 189]: Parallelschaltung: $C(x) = C_1(x) + C_D(x) = \varepsilon_0 \frac{b}{d} [\varepsilon_r a + (1 - \varepsilon_r)x]$

mit (b) gilt: $U = \frac{Q}{C}$ und $W = \frac{1}{2}QU$, also

$$W(x) = \frac{Q^2}{2C(x)} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 b} \cdot \frac{d}{x(1-\epsilon_r) + \epsilon_r a}$$

(f) [MS13, S. 183]: $W = - \int \vec{F} d\vec{s} \implies \vec{F} = -\vec{\nabla}W$

$$W(x) \propto \frac{1}{a-bx} \implies \text{Steigung} \implies \text{Kraft}$$



$$F(x) = -W'(x) = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 b} \cdot \frac{d(\epsilon_r - 1)}{(x(1-\epsilon_r) + \epsilon_r a)^2}$$

$$F(5 \text{ cm}) \approx 0.52 \text{ nN}$$

(g) [MS13, S. 170]: $R = \varrho \frac{l}{A}$, wobei hier $l = d$, also $R = \varrho \frac{d}{A}$

[MS13, S. 191]: $U_C = U \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = U \cdot \exp\left(-\frac{tA}{\varrho dC}\right)$

$$U_C = \frac{1}{2}U \implies \frac{1}{2} = \exp\left(-\frac{t_1 A}{\varrho dC}\right) \implies t_1 \approx 128.9 \text{ s}$$

[MS13, S. 189]: $W = \frac{1}{2}CU^2 \implies W_{t_1} = \frac{1}{8}CU_0^2$

$$W = \frac{1}{2}CU_0^2 \implies \frac{W_{t_1}}{W} = \frac{1}{4}$$

(h) mit [MS13, S. 170] und [MS13, S. 187] wie in (a) gilt: $RC = \varrho \frac{d}{ab} \epsilon_r \epsilon_0 \frac{ab}{d} = \varrho \epsilon_r \epsilon_0 \approx 0.19 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{s}}$

[MS13, S. 191]: $\tau = RC$ heißt Zeitkonstante

H 2013 K, Aufgabe 4: Stab im Magnetfeld

(a) [MS13, S. 170]: $R = \frac{U}{I} \implies I = \frac{U}{R}$

[MS13, S. 205]: $\vec{F}_L = I \vec{l} \times \vec{B}$ und für $\vec{l} \perp \vec{B}$ gilt: $F_L = IlB$

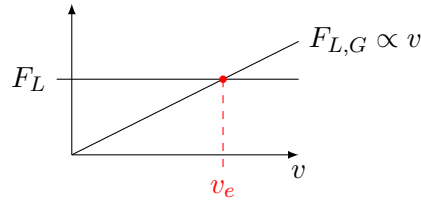
Rechte-Hand-Regel: x -Richtung: $\vec{l} = \begin{pmatrix} 0 \\ -l \\ 0 \end{pmatrix} \implies \vec{F} = \begin{pmatrix} IlB \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

(b) [MS13, S. 182]: $F = QE$

[MS13, S. 228]: $F_L = QvB$

$$\implies E = -vB \implies El = -vBl = U_G$$

- (c) Stab erreicht endliche Endgeschwindigkeit v_e , das heißt, $F_L = \text{const} \implies F_{L,G} \propto v$



$$\implies F = F_L - F_{L,G} = 0 \implies v = \text{const}$$

$$\vec{F} = 0 \implies I = -I_G \implies U = -U_G \stackrel{(b)}{=} Blv_e \implies v_e = \frac{U}{Bl}$$

(d) $I_e = I + I_G \stackrel{(c)}{=} I - I = 0$

(e) $I_e = I + I_G = 0 - I \implies I$ in positive y -Richtung

mit (a) folgt: \vec{F} in $(-x)$ -Richtung \implies Stab wird gebremst (wegen $F \propto I \propto v$)

Stab kommt zur Ruhe, da $F = 0$ nur dann, wenn $v = 0$

$$W_R = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv_e^2$$

F 2014 K, Aufgabe 3: Messung von Hochspannungen

(a)

(b)

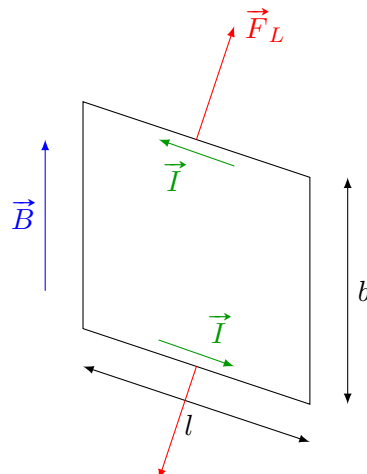
(c) Drehspulmesswerk: Bauteile

- Dauermagnet mit teilweise homogenem Magnetfeld
- Spule (vereinfacht: Leiterschleife) im homogenen Magnetfeld, aufgehängt an Torsionsfeder
- als Voltmeter ist noch ein Innenwiderstand nötig

Auslenkung: $y \propto I$: [MS13, S. 69]: $F_{\text{Tor}} = -k\varphi$

[MS13, S. 205]: $F_L = IlB$ (Leiterschleife $\perp \vec{B}$) an beiden Enden

$$\implies F_{\text{Tor}} = 2F_L \implies -k\varphi = 2IlB \implies \varphi \propto I$$



III Optik

F 2010 K, Aufgabe 4: Vergütetes Glas

(a) [MS13, S. 299]: $\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$
hier: $\frac{c_0}{c_1} = \frac{n_F}{n_0} \implies c_F = c_0 \cdot n_F$
 $c \propto s \implies \Delta s = s_0 - s_F = s_0 - 2s_0 n_F = s_0(1 - 2n_F)$

(b) [MS13, S. 273]:

- Verstärkung: $\Delta s = k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) [Wellenberg auf Wellenberg]
- Auslöschung: $\Delta s = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) [Wellenberg auf Wellental]

Für eine vollständige Auslöschung müssen die interferierenden Wellen gleiche Intensität (Amplitude) besitzen.

Bemerkung: Im Allgemeinen gilt, dass Licht bei Reflexion an einem optischen dichteren Medium einen Phasensprung um π erfährt.

(c) Aus (a) und (b) gilt: $\Delta s = s_0(1 - 2n_F)$ und $\Delta s = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

$$\implies s_0(1 - 2n_F) = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Sei $k = 0$. Dann wird s_0 minimal und es gilt: $s_0(1 - 2n_F) = \frac{\lambda}{2}$

$$\implies s_0 = \frac{\lambda}{2(1-2n_F)} \approx -175 \text{ nm}$$

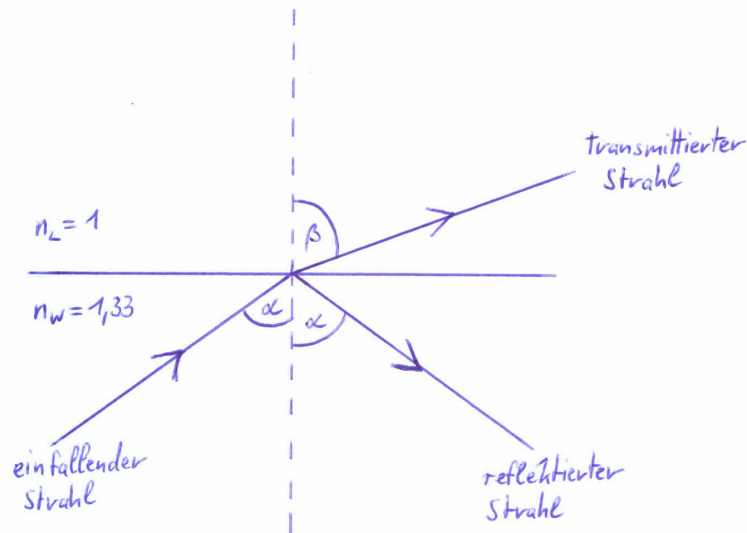
(d) Die Antireflexbeschichtung wird auf einen sehr schmalbandigen Wellenlängenbereich ausgelegt. Bestimmt Farben werden bei Reflexion NICHT ausgelöscht \implies Newtonsche Ringe (siehe [MS13, S. 306])

(e) Für vollständige Auslöschung müssen die beiden reflexkierten Strahlen gleichen Reflexionsgrad besitzen:

$$\begin{aligned} R_{\text{Luft-Film}} &= R_{\text{Film-Glas}} \\ \left(\frac{n_F - n_0}{n_F + n_0}\right)^2 &= \left(\frac{n_G - n_F}{n_G + n_F}\right)^2 \\ &\dots \\ n_F &= \sqrt{n_0 n_G} \quad \checkmark \end{aligned}$$

H 2010 K, Aufgabe 4: Totalreflexion

(a) Lichtquelle muss im Wasser sein, damit Totalreflexion möglich ist.

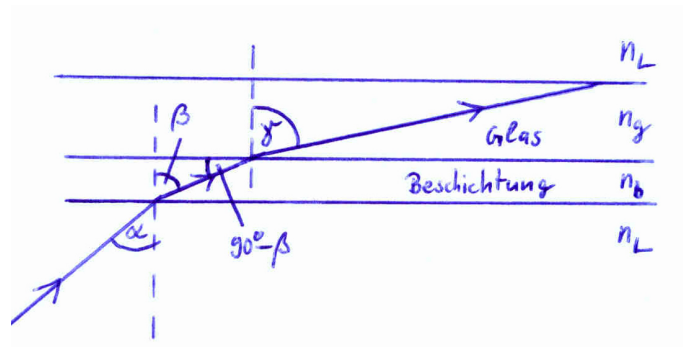


$$n_W \sin(\alpha) = n_L \sin(\beta)$$

Totalreflexion heißt $\sin(\beta) = 1$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{\sin(\beta)}{n_W}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{n_W}\right) \approx 48.8^\circ$$

(b) Glas mit und ohne Beschichtung



OHNE Beschichtung: Luft \rightarrow Glas

$$n_L \sin(\alpha) = n_g \sin(\gamma) \xrightarrow{n_L=1} \sin(\alpha) = n_g \sin(\gamma)$$

mit Beschichtung: Luft \rightarrow Beschichtung

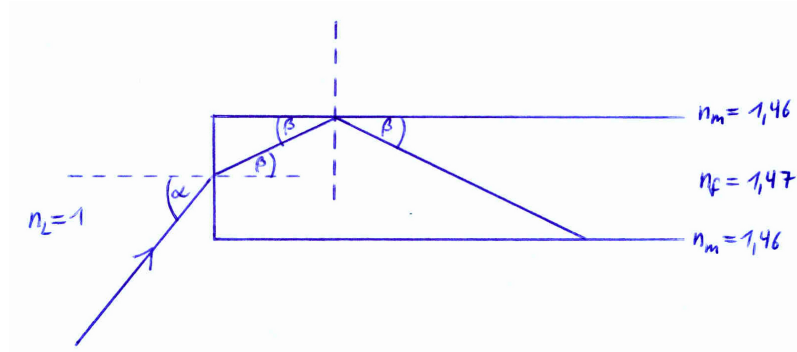
$$n_L \sin(\alpha) = n_b \sin(\beta) \xrightarrow{n_L=1} \sin(\alpha) = n_b \sin(\beta)$$

Beschichtung \rightarrow Glas

$$n_b \sin(\beta) = \sin(\alpha) = n_g \sin(\gamma)$$

\leadsto wie OHNE Beschichtung \checkmark

(c) Glasfaser



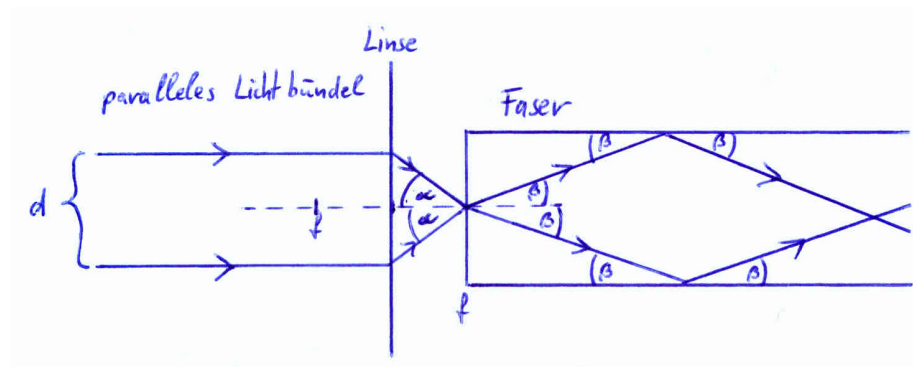
$$n_f \sin(90^\circ - \beta) = n_m \sin(\gamma)$$

Totalreflexion heißt $\sin(\gamma) = 1$.

$$n_f \sin(90^\circ - \beta) = n_m \implies \beta = (-1) \cdot \left[\arcsin\left(\frac{n_m}{n_f} - 90^\circ\right) \right] \approx 6.687^\circ$$

$$n_L \sin(\alpha) = n_f \sin(\beta) \implies \alpha = \arcsin\left(\frac{n_f \sin(\beta)}{n_L}\right) \approx 9.86^\circ$$

(d) paralleles Lichtbündel



Nach (c) ist $\alpha = 9.86^\circ$.

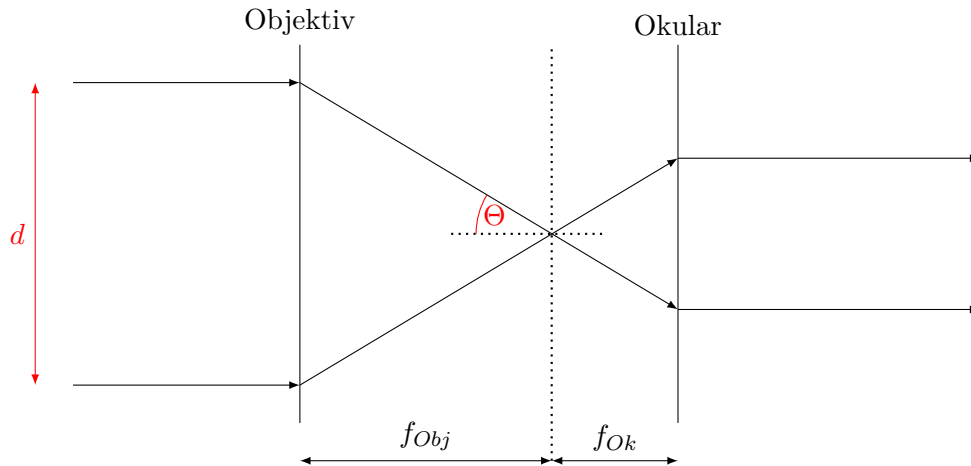
$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{d}{2}}{f} = \frac{d}{2f} \implies d = 2f \tan(\alpha) \approx 3.47 \text{ mm}$$

F 2011 K, Aufgabe 4: Astronomisches Teleskop

(a) [MS13, S. 314]: $V = \frac{f_{Obj}}{f_{Ok}} \implies f_{Ok} = \frac{f_{Obj}}{V}$

$$f_{Ok,1} = 2 \text{ cm} \quad ; \quad f_{Ok,2} = \frac{8}{15} \text{ cm} \approx 0.53 \text{ cm}$$

(b) Skizze



$$(c) \tan(\Theta) = \frac{\frac{d}{2}}{f_{obj}}$$

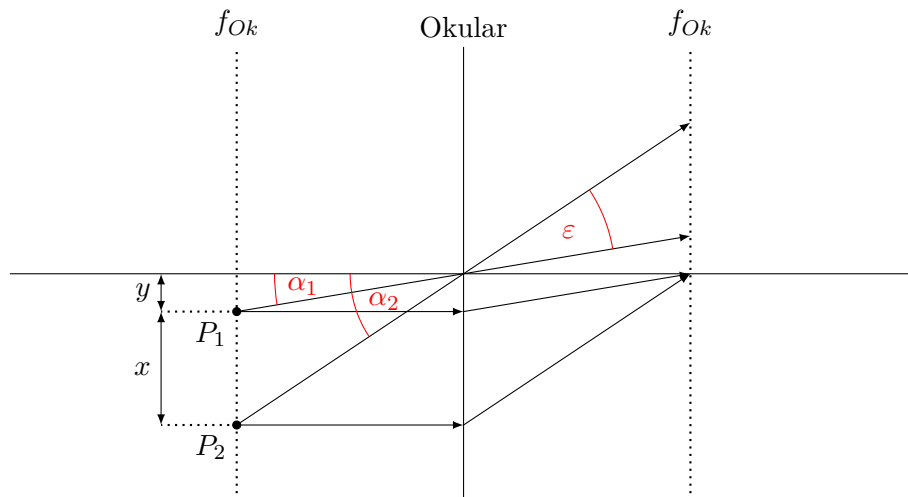
Für kleine Winkel Θ gilt: $\sin(\Theta) \approx \tan(\Theta)$.

$$[MS13, S. 307]: \sin(\Theta) = 0.610 \cdot \frac{\lambda}{r}$$

Mit $r = \frac{D}{2}$ folgt

$$\frac{\frac{d}{2}}{f_{obj}} = 0.610 \cdot \frac{\lambda}{\frac{D}{2}} \implies d = 2.44 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot f_{obj} \approx 12 \mu\text{m}$$

$$(d) [MS13, S. 19]: \varepsilon = 2' \hat{=} 2 \cdot 2.90888 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$



Für kleine Winkel α gilt: $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha$.

$$(1) \sin(\alpha_1) \approx \tan(\alpha_1) = \frac{y}{f_{ok}} \implies y = f_{ok} \cdot \tan(\alpha_1)$$

$$(2) \sin(\alpha_2) \approx \tan(\alpha_2) = \frac{x+y}{f_{ok}} \implies x \stackrel{(1)}{=} f_{ok} \cdot (\tan(\alpha_2) - \tan(\alpha_1))$$

$$(3) \alpha_2 - \alpha_1 = \varepsilon$$

$$\implies x = f_{ok} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) = f_{ok} \cdot \varepsilon$$

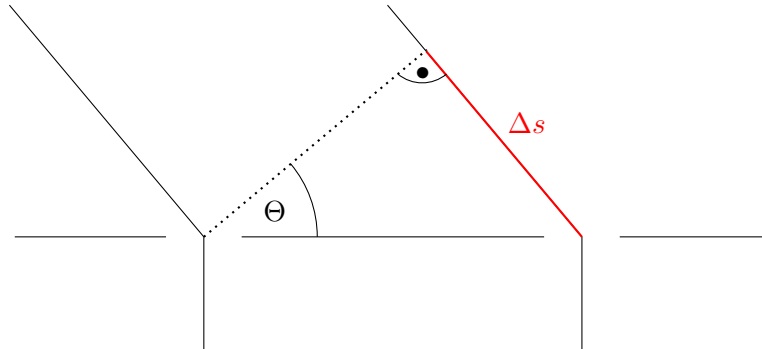
$$(e) d = x \implies 2.44 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot f_{obj} = f_{ok} \cdot \varepsilon$$

$$[MS13, S. 314]: V = \frac{f_{obj}}{f_{ok}} = \frac{\varepsilon D}{2.44\lambda} \approx 39.02 \approx 39$$

- (f) 40 ist in Ordnung, wegen minimalem Auflösungsvermögen
 150 ist zu groß; hier muss der Objektivdurchmesser D erhöht werden (ca. $4D$ nötig)

H 2011 K, Aufgabe 3: Doppelspalt mit Glasplatte

- (a) OHNE Glas: Helligkeitsmuster (Interferenzmuster) abhängig vom winkelabhängigen Gangunterschied Δs nach dem Spalt



mit Glas: Zu dem winkelabhängigen geometrischen Gangunterschied muss noch ein konstanter optischer Gangunterschied der Glasplatte addiert werden \Rightarrow Verschiebung des Musters

- (b) geometrischer Gangunterschied: [MS13, S. 307]: $\sin(\Theta) = \frac{k\lambda}{d}$
 [MS13, S. 273]: $d \sin(\Theta) = k\lambda = \Delta s_g$

optischer Gangunterschied: [MS13, S. 299]: $\frac{c_0}{c} = n_0 \Rightarrow c_0 = n_0 \cdot c$
 $\Rightarrow \Delta c = c_0 - c = n_0 c - c = (n_0 - 1)c$
 Da $c \propto l$ gilt, folgt: $\Delta l = (n_0 - 1)l =: \Delta s_0$

Ablenkung nach links:

$$\begin{aligned}\Delta s_g + \Delta s_0 &= k\lambda \\ d \sin(\Theta) + (n - 1)l &= k\lambda \\ \Rightarrow \Theta &= \arcsin\left(\frac{k\lambda - (n - 1)l}{d}\right)\end{aligned}$$

Ablenkung nach rechts: $|\Delta s_0 - \Delta s_g| = k\lambda$

- $\Delta s_0 > \Delta s_g \Rightarrow \Theta = \arcsin\left(\frac{(n-1)l - k\lambda}{d}\right)$
- $\Delta s_0 < \Delta s_g \Rightarrow \Theta = \arcsin\left(\frac{k\lambda - (n-1)l}{d}\right)$

- (c) Maximum 0. Ordnung:

$$\begin{aligned}\Delta s_0 &= \Delta s_g \\ \Delta s_0 - \Delta s_g &= 0 \cdot \lambda \\ d \sin(\Theta) &= (n - 1)l \\ \Rightarrow \Theta &= \arcsin\left(\frac{(n - 1)l}{d}\right)\end{aligned}$$

Maximum bei $\Theta = 0^\circ$: $\Delta s_g = 0$, $\Delta s_g = k\lambda = (n-1)l \implies l = \frac{k\lambda}{n-1}$

- (d) Kohärenzbestimmung: große Δs nötig; Teste, bis zu welcher Beugungsordnung k noch ein definiertes Minimum erkennbar ist

Problem beim Doppelspalt: Intensität von Maximum hoher Ordnung ist stark reduziert (\longrightarrow Einhüllende von Einfachspalt)

mit Glas: Doppelspaltinterferenz wird gegen Einfachspaltinterferenz verschoben

Bestimmung: Glasplättchen mit wachsender Dicke l , bis Maximum bei $\Theta = 0^\circ$ verschwindet

$$\longrightarrow L_{\text{Kohärenz}} = (n-1)l_{\text{max}}$$

Kohärenz

„Kohärenz (v. lat.: cohaerere = zusammenhängen) bezeichnet in der Physik die Eigenschaft von Wellen, deren Auslenkung sich zeitlich auf dieselbe Weise ändert. Wellen sind selbst dann noch kohärent, wenn diese zeitliche Änderung um einen konstanten Betrag verschoben ist (Phasenverschiebung). Als Folge der Kohärenz, können bei der Überlagerung von Wellen stationäre Interferenzerscheinungen sichtbar werden.“²

Kohärenzlänge

„Die Kohärenzlänge ist in der Optik der maximale Weglängen- oder Laufzeitunterschied, den zwei Lichtstrahlen aus derselben Quelle haben dürfen, damit bei ihrer Überlagerung noch ein (räumlich und zeitlich) stabiles Interferenzmuster entsteht. Die Kohärenzlänge resultiert aus der zeitlichen Kohärenz und entspricht der optischen Weglänge, die das Licht während der Kohärenzzeit zurücklegt.“³

F 2012 K, Aufgabe 4: Abbildung mit Linsen

- (a) (i) Gegenstand ist „unendlich“ weit weg, d. h. einfallendes Licht ist parallel \implies austretendes Licht ist parallel; Brennpunkte von Objektiv und Okular fallen zusammen

(ii) **BILD** Konstruktion

$$V = \frac{f_{\text{Obj}}}{f_{\text{Ok}}} \implies f_{\text{Obj}} = \frac{1}{1.5 \text{ dpt}} = \frac{2}{3} \text{ m} \quad \text{und} \quad f_{\text{Ok}} = \frac{1}{26 \text{ dpt}} = \frac{1}{26} \text{ m}$$

- (iii) Schwinkel OHNE Instrument: $\tan(\varepsilon_0) = \frac{G'}{f_{\text{Obj}}}$

$$\text{Schwinkel mit Instrument: } \tan(\varepsilon_0) = \frac{G'}{f_{\text{Ok}}}$$

$$[\text{MS13, S. 313}]: V = \frac{\tan(\varepsilon_m)}{\tan(\varepsilon_0)} = \frac{D_{\text{Ok}}}{D_{\text{Obj}}} \approx 17.3$$

$$L = f_{\text{Ok}} + f_{\text{Obj}} \approx 70.5 \text{ cm}$$

²http://de.wikipedia.org/wiki/Koh%C3%A4renz_%28Physik%29 (Zugriff am 29.12.2015)

³<http://de.wikipedia.org/wiki/Koh%C3%A4renzl%C3%A4nge> (Zugriff am 29.12.2014)

- (iv) [MS13, S. 19]: Umrechnung von Bogensekunden in rad
 [MS13, S. 315]: $\varepsilon = 0.61 \frac{\lambda}{r} = 1.22 \frac{\lambda}{d} \implies d = 1.22 \frac{\lambda}{\varepsilon} \approx 6.92 \text{ cm}$

(b) (i) **BILD** Konstruktion

- (ii) $G \rightarrow B'_1$: [MS13, S. 310]: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \implies b'_1 = -f$

$$[\text{MS13, S. 310}]: \frac{B'_1}{G} = -\frac{b'_1}{g} \implies B'_1 = 2G$$

$$\underline{B'_1 \rightarrow B'_2}: \text{Planspiegel} \implies B'_2 = B'_1 = 2G \implies b'_2 = 2f$$

$$\underline{B'_2 \rightarrow B}: [\text{MS13, S. 310}]: \frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \implies \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$$

$$\text{mit } g = b'_2 = 2f \text{ folgt: } b = 2f$$

$$\text{mit } \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} \text{ und } G = B'_2 \text{ und } g = g'_2 = b'_2 = 2f \text{ folgt: } B = -2G$$

$$\text{Abstand von Gegenstand und Bild: } g - b = g - 2f = -45 \text{ cm}$$

H 2012 K, Aufgabe 3: Reflexionsgitter

- (a) [HH02, S. 57] und $k = 1$: $|b \sin(\vartheta)| = k\lambda \implies b \approx 1.545 \mu\text{m}$ und $\vartheta_{\text{rot}} \approx 24.87^\circ$

- (b) [MS13, S. 299]: $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \implies \frac{\sin(\vartheta_n)}{\sin(\vartheta)} = \frac{1}{n}$

$$[\text{MS13, S. 272}]: c = \lambda f \implies c_n = \lambda_n f \implies \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1} \implies \lambda = n\lambda_n$$

$$[\text{HH02, S. 57}]: b \sin(\vartheta_n) = \lambda_n$$

$$\implies \lambda = n\lambda_n = nb \sin(\vartheta_n) = nb \frac{\sin(\vartheta)}{n} = b \sin(\vartheta)$$

Dielektrikum ändert Wellenlänge: $\lambda = n\lambda_n$

senkrecht einfallender Strahl wird NICHT gebrochen, nur ausfallender: $\frac{\sin(\vartheta_n)}{\sin(\vartheta)} = \frac{1}{n}$

Die beiden Effekte heben sich auf.

- (c) $\vartheta = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right) = \text{`}, \text{ da } \lambda > d \implies \frac{\lambda}{d} > 1$

$$\text{aus (c) gilt: } \lambda = nd \sin(\vartheta_n) \implies \vartheta_n \approx 51.4^\circ$$

\implies Interferenz innerhalb des Dielektrikums möglich.

$$\vartheta_{\text{grenz}} = \arctan(1) = 45^\circ < 51.4^\circ$$

\implies nach Reflexion am Gitter folgt Totalreflexion am Dielektrikum

\implies Lichtstrahl kann Dielektrikum NICHT verlassen

- (d) aus (c) folgt: $\lambda = nd \sin(\vartheta_n) \implies \frac{\lambda}{nd} = \sin(\vartheta_n) \leq 1$

- (e) [MS13, S. 307]: Brewster-Gesetz: $\tan(\varphi) = n$

Beim Auftreffen eines Lichtstrahls natürlichen Lichts unter dem Polarisationswinkel auf

die Grenzfläche stehen reflektierter und gebrochener Strahl aufeinander senkrecht. Der reflektierte Strahl ist vollkommen linear polarisiert.

⇒ Lichtstrahl in der Ebene aus Einfallslot und einfallendem Strahl polarisiert, dann ist die Reflexion minimal (vgl. Dipolstrahlung an der Grenzfläche)

$$\tan(\varphi) = 1.6 \Rightarrow \varphi \approx 58.0^\circ$$

Ursprung: Dipolstrahlung an der Grenzschicht lässt Reflexionsrichtung für diese Polarisation NICHT zu

F 2013 K, Aufgabe 4: Strahlenoptik: Reflexion und Brechung

(a) [MS13, S. 299]: $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$

$$\Rightarrow \beta_1 \approx 39^\circ \text{ und } \beta_2 \approx 53^\circ$$

(b) [MS13, S. 299]: $n_W \sin(\alpha) = n_L \sin(\beta) = \sin(\beta)$

Totalreflexion: $\sin(\beta) \stackrel{!}{=} 1 \Rightarrow \alpha \approx 48.75^\circ$

$$\tan(\alpha) = \frac{r}{t} \Rightarrow r \approx 2.85 \text{ m}$$

außerhalb des Kreises: Totalreflexion an der Wasseroberfläche

- (c) Licht wird in Abhängigkeit von der Wellenlänge (Farbe) unterschiedlich stark gebrochen. Rand ist rot, da dieses Licht am stärksten gebrochen wird beim Übergang Luft → Wasser.

alternativ: n abhängig von λ ; φ abhängig von n und somit von λ ; r abhängig von φ

$$R_{\max} = t \tan(\alpha_{G,\max}); \sin(\alpha_{G,\max}) = \frac{1}{n_{W,\min}}; n_{W,\min} \text{ bei } \lambda = 687 \text{ nm (rot)}$$

⇒ äußerer Rand (R_{\max}) ist rot

(d) [MS13, S. 307]: $\tan(\varphi) = n_W \Rightarrow \varphi \approx 53.1^\circ$

horizontale Polarisation wird reflektiert ⇒ das muss Brille filtern

$$n_L \sin(\varphi) = n_W \sin(\beta)$$

mit $\tan(\beta) = \frac{x_2}{t}$ folgt: $x_2 \approx 1.88 \text{ m}$

$$\tan(90^\circ - \varphi) = \frac{h}{x_1} \Rightarrow x_1 \approx 2.926 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_{\text{horiz}} = x_1 + x_2 \approx 4.81 \text{ m}$$

- (e) heiße Luftschicht am Boden hat kleinere Brechzahl als Luftschicht darüber ⇒ Lichtstrahlen (von oben) werden totalreflektiert

H 2013 K, Aufgabe 3: Abbildung durch eine Linse

(a) **BILD** Konstruktion

(b) [MS13, S. 309]: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

mit $\beta = \frac{b}{g}$ folgt: $b = 20 \text{ cm} = g$ und $\beta = -1$

↪ reelles Bild, umgedreht

$$(c) \quad n_W \sin(\alpha) = \underbrace{n_L}_{=1} \sin(\beta) \implies \beta \approx 67^\circ$$

$$(d) \quad n_W \sin(\alpha) = \sin(\beta) \stackrel{!}{=} 1 \iff \alpha_g \approx 50.28^\circ$$

$$\tan(\alpha) = \frac{G}{g} \implies \alpha = 26.6^\circ \implies \text{Drehwinkel } \gamma = \alpha_g - \alpha = 23.7^\circ$$

Bild durch Reflexion für alle $\alpha > 26.6^\circ$

- (e) $g = 2f$, das heißt, Brennstrahl gibt immer vor, dass $G = B \longrightarrow$ unabhängig von der Grenze des Mediums

$$n_W \sin(\alpha) = \sin(\beta)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{G}{f} \implies \alpha = \arctan\left(\frac{G}{f}\right)$$

$$\implies \beta = \arcsin\left(n_W \sin\left(\arctan\left(\frac{G}{f}\right)\right)\right)$$

$$\tan(\beta) 0 \frac{B}{b-f} \implies b \approx 17.67 \text{ cm}$$

IV Wärmelehre

F 2010 K, Aufgabe 2: Ideale Gase in Flaschen

$$V = 50\text{ l} = 0.05\text{ m}^3; \text{ He, N}_2; \vartheta = -3.0^\circ\text{C} \stackrel{\wedge}{=} 270.15\text{ K} = T$$

(a) He, $\vartheta_R = 27.0^\circ\text{C} \stackrel{\wedge}{=} 297.15\text{ K} = T_R$, $\Delta p = 10\text{ bar}$

gesucht: p_1 , F_1 wirkt auf jede Teilfläche $A = 2.0\text{ cm}^2 = 2.0 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$

[MS13, S. 138]: isochore Zustandsänderung, da $V = \text{const}$:

(i) $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

(ii) $\Delta p = p_2 - p_1 = 10\text{ bar} \implies p_2 = p_1 + 10\text{ bar} = p_1 + \Delta p$

$$\implies \frac{p_1}{T} = \frac{p_1 + \Delta p}{T_R} \implies p_1 = \frac{\Delta p T}{T_R - T} = \dots \approx 100\text{ bar}$$

[MS13, S. 58]: $p = \frac{F}{A} \implies F = p \cdot A \implies F_1 = p_1 \cdot A = \dots = 2000\text{ N} = 2.0\text{ kN}$

(b) gesucht: N_{He} und m_{He}

[HH02, S. 36]: $pV = NkT \implies N = \frac{pV}{kT} \implies N_{\text{He}} = \frac{p_1 V}{kT} = \dots \approx 1.34 \cdot 10^{26}$

$$N_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{Atom}}} \implies m_{\text{He}} = N_{\text{He}} \cdot m_{\text{Atom}}$$

mit $m_{\text{Atom}} = 4.0026\text{ u}$ folgt $m_{\text{He}} \approx 0.891\text{ kg} \approx 0.89\text{ kg}$

(c) [HH02, S. 35]: $\bar{v}^2 = \frac{3RT}{M_m} = \frac{3RT}{M_{\text{He}}} \implies \bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{He}}}} = \dots \approx 1297 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1.3 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

[HH02, S. 35]: $\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT = \dots \approx 5.59 \cdot 10^{-21}\text{ J} \approx 5.6 \cdot 10^{-21}\text{ J}$

[MS13, S. 124]: $c_V(\text{He}) = 3.209 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$

[MS13, S. 138]: $\Delta Q = c_V m_{\text{He}} (T_R - T) = \dots \approx 77.2\text{ kJ} \approx 77\text{ kJ}$

(d) Ideales Gas geht von ausdehnungslosen Teilchen aus $\implies p, N$ bleiben gleich;

$\bar{E}_{\text{kin}}, \bar{v}, \Delta Q$ ändern sich, weil sich die Masse ändert ($m_{\text{He}} \neq m_{\text{N}_2}$) und bei N_2 noch zwei Rotationsfreiheitsgrade dazukommen

(e) $c_p > c_V$, da bei c_p der Druck konstant ist, sich aber das Volumen ändern kann und somit Arbeit verrichtet wird

H 2010 K, Aufgabe 1: Geothermie

$$\vartheta_G = 95^\circ\text{C} \stackrel{\wedge}{=} 368.15\text{ K} = T_G; \vartheta_W = 14^\circ\text{C} \stackrel{\wedge}{=} 287.15\text{ K} = T_W; 130 \frac{\text{kg}}{\text{min}} = \frac{13}{6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}; 1^\circ\text{C pro } 25\text{ m}$$

(a) Tiefe: $h := \frac{95^\circ\text{C} - 14^\circ\text{C}}{1^\circ\text{C}} \cdot 25\text{ m} = 2025\text{ m}$

Druck: mit [MS13, S. 95] gilt: $p = p_{\text{Luft}} + p_h = p_{\text{Luft}} + \varrho \cdot g \cdot h = \dots \approx 200\text{ bar}$

(b) [MS13, S. 143]

(c) [MS13, S. 144]: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_G - T_W}{T_G} = \dots \approx 22\%$

Begründung: [MS13, S. 144]: $\eta = \frac{|W|}{Q_1}$ mit [MS13, S. 143]: $Q = \frac{m}{M} RT \ln \left(\frac{V_x}{V_y} \right)$ folgt:

$$\eta = \frac{\frac{m}{M} R (T_G - T_W) \ln \left(\frac{V_W}{V_G} \right)}{\frac{m}{M} R T_G \ln \left(\frac{V_W}{V_G} \right)} = \frac{T_G - T_W}{T_G} = 1 - \frac{T_W}{T_G}$$

\Rightarrow KEIN höherer Wirkungsgrad möglich

(d) [MS13, S. 75]: $P = \frac{W}{t} = \frac{Q}{t} = \frac{c_V m (T_G - T_W)}{t} = c_V (T_G - T_W) \cdot \frac{m}{t} = \dots \approx 0.734 \text{ MW} \approx 0.73 \text{ MW}$

mit [MS13, S. 138]: $Q = c_V m (T_2 - T_1)$, [MS13, S. 123]: $c_V = 4.18 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$

[MS13, S. 75]: $\eta = \frac{P_e}{P_i} = \frac{P_{\max}}{P} \Rightarrow P_{\max} = \eta \cdot P = \dots \approx 0.161 \text{ MW} \approx 0.16 \text{ MW}$

Gründe, warum die Leistung in der Praxis NICHT erreicht wird:

- Verluste in der Maschine selbst (Reibung, Wärme)
- Verluste über reale Wärmerückleitung

(e) [MS13, S. 144]: $\eta = \frac{|W|}{t} = \frac{Q_{\text{ab}} - Q_{\text{auf}}}{Q_{\text{auf}}} \Rightarrow \eta \cdot Q_{\text{auf}} = Q_{\text{ab}} - Q_{\text{auf}} \Rightarrow Q_{\text{auf}} = \frac{Q_{\text{ab}}}{\eta + 1}$

mit [MS13, S. 75]: $P = \frac{W}{t} = \frac{Q}{t}$ und $t = 86400 \text{ s} = 1 \text{ d}$ folgt:

$$Q_{\text{auf}} = \frac{P \cdot t}{\eta + 1} = \dots \approx 5.2 \cdot 10^10 \text{ J} = 52 \text{ MJ}$$

F 2011 K, Aufgabe 3: Flüssigkeitskalorimeter

(a) dQ pro Gas-Massenelement; m, C_k, T_1, T_2, T_E

[MS13, S. 120]: $dQ = cm \Delta t \Rightarrow \frac{dQ}{dm} = c \cdot \Delta t (*) \Rightarrow dQ = c \Delta t dm$

$dQ = C dt (**)$

Mit (*) und (**) folgt:

$$c \Delta t dm = C dt$$

$$\Rightarrow c dm = \frac{C}{\delta t} dt$$

$$\Rightarrow c \cdot \int_0^m dm = C \cdot \int_{T_E - T_2}^{T_E - T_1} \frac{1}{\delta t} dt$$

$$\Rightarrow cm = C \cdot \ln \left(\frac{T_E - T_1}{T_E - T_2} \right)$$

$$\Rightarrow c = \frac{C}{m} \ln \left(\frac{T_E - T_1}{T_E - T_2} \right)$$

(b) Kalorimeter üblicherweise offen gegenüber Atmosphärendruck, also $p = \text{const} \Rightarrow c_p$

- (c) $m = 20 \text{ g}$; $\vartheta_E = 59,0^\circ\text{C} \hat{=} 332.15 \text{ K} = T_E$; $C_k = 3100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$; $\vartheta_1 = 25.0^\circ\text{C} \hat{=} 298.15 \text{ K}$;
 $\vartheta_2 = 28.0^\circ\text{C} \hat{=} 301.15 \text{ K}$

Mit (a) gilt:

$$c = \dots \approx 14.3 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

- (d) $\varrho = 0.083 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\vartheta = 27.0^\circ\text{C} \hat{=} 300.15 \text{ K} = T$; $p = 101.3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

$$\varrho = \frac{m}{V} \implies V = \frac{m}{\varrho} \implies [\text{MS13, S. 118}]: p \frac{m}{\varrho} = nRT \implies \frac{m}{n} = \frac{\varrho RT}{p} = \dots \approx 2.04 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$[\text{MS13, S. 117}]: M = \frac{m}{n}$$

$$\implies [\text{MS13, S. 122}]: C_m = cM = c \frac{m}{n} = \dots \approx 29.24 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \approx 29.2 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

- (e) $[\text{MS13, S. 168}]: c_p = \left(\frac{1}{2}f + 1\right) \frac{R}{M}$

$$\implies c_p \frac{M}{R} = \frac{1}{2}f + 1 \implies 2c_p \frac{M}{R} - 2 = f \implies f = \dots \approx 5.02 \approx 5$$

\implies 2-atomiges Gas, wegen 5 Freiheitsgraden (3 Translation, 2 Rotation)

- (f) tiefe Temperaturen \implies Rotationsfreiheitsgrade werden eingefroren \implies Freiheitsgrade verringern sich \implies Wärmekapazität sinkt

komplettes Einfrieren aller Freiheitsgrade ist nach Heisenbergscher Unschärferelation VERBOTEN; selbst wenn absoluter Nullpunkt erreicht werden könnte, hätte das Molekül noch eine gewisse Nullpunktsenergie

H 2011 K, Aufgabe 2: Barometrische Höhenformel

- (a) $[\text{MS13, S. 118}]: pV = \frac{m}{M_{\text{mol}}}RT \implies \frac{1}{p} = \frac{VM_{\text{mol}}}{mRT}$

$$\text{mit } [\text{MS13, S. 48}]: \varrho = \frac{m}{V} \implies m = \varrho V \text{ folgt: } \frac{1}{p} = \frac{M_{\text{mol}}}{\varrho RT}$$

$$\text{mit } [\text{MS13, S. 95}]: dp = -\varrho g dz \implies \frac{1}{\varrho} = -g \frac{dz}{dp} \text{ folgt:}$$

$$\frac{1}{p} = -\frac{M_{\text{mol}}g}{RT} \frac{dz}{dp} \implies \frac{dp}{p} = -\frac{M_{\text{mol}}g}{RT} dz$$

- (b) $[\text{MS13, S. 142}]: \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \implies \frac{T_2^\kappa}{T_1^\kappa} = \frac{p_1^{1-\kappa}}{p_2^{1-\kappa}} \implies T^\kappa p^{1-\kappa} = \text{const}$

$$\text{totales Differential } ([\text{Rot91, S. 131}]): 0 = \frac{\partial}{\partial p}(T^\kappa p^{1-\kappa}) dp + \frac{\partial}{\partial T}(T^\kappa p^{1-\kappa}) dT$$

$$0 = (1 - \kappa)T^\kappa p^{1-\kappa-1} dp + \kappa T^{\kappa-1} p^{1-\kappa} dT$$

$$\xrightarrow{:(p \cdot T)} (\kappa - 1) \frac{dp}{p} = \kappa \frac{dT}{T} \implies \frac{dp}{p} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{dT}{T} \quad \checkmark$$

- (c) Adiabatische Expansion ist ein Vorgang, bei dem ein System von einem Zustand in einen anderen überführt wird, OHNE Wärme mit seiner Umgebung auszutauschen.

$$[\text{MS13, S. 141}]: dQ = 0$$

$$[\text{MS13, S. 124}]: \kappa = \frac{c_p}{c_v} \implies \kappa_{\text{Luft}} = 1.402$$

- (d) Setze (a) = (b), also $-\frac{M_{\text{mol}}g}{RT} dz = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{dT}{T} \implies \frac{dT}{dz} = -9.74 \frac{\text{K}}{\text{km}}$

(e) Mit (a) folgt:

$$\int_{p_0}^p \frac{1}{p} dp = \int_0^z -\frac{M_{\text{mol}} g}{RT} dz$$
$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = -\frac{M_{\text{mol}} g}{RT} \cdot z$$
$$\implies p(z) = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{M_{\text{mol}} g}{RT} \cdot z\right)$$

F 2012 K, Aufgabe 2: Fahrradreifen

- (a) (1) $\frac{V}{T} = \text{const} \rightarrow$ isobare Zustandsänderung; ideale Gase
(2) $p \cdot V^\kappa = \text{const} \rightarrow$ adiabatische Zustandsänderung; ideale Gase
(3) $p \cdot V = \text{const} \rightarrow$ isotherme Zustandsänderung; ideale Gase

grundlegende Modellannahme:

- Wechselwirkung der Teilchen ausschließlich durch elastische Stöße
- ideale Gas: 1 bar, 300 K
- Teilchen haben KEIN Eigenvolumen
- [MS13, S. 118] bzw. [HH02, S. 36]: $pV = NkT = nRT$

(b) Gas ist thermisch isoliert \rightsquigarrow KEIN Wärmeaustausch, d. h. $Q = 0$

(c) $V_{\text{Pumpe}} = \left(\frac{1}{2}d\right)^2 \pi h \approx 0.31 \text{ dm}^3$

[MS13, S. 142]: $p_0 V_0^\kappa = p_1 V_F^\kappa \implies V_0^\kappa = \frac{p_1 V_F^\kappa}{p_0}$

[MS13, S. 124]: $\kappa = \frac{c_p}{c_v} \approx 1.4$

$\implies V_0 = \sqrt[\kappa]{V_0^\kappa} \approx 4.5 \text{ dm}^3$

$V_0 = V_F + \Delta V = V_F + n \cdot V_{\text{Pumpe}} \implies n = \frac{V_0 - V_F}{V_{\text{Pumpe}}} \approx 7.9 \implies 8 \text{ Pumphübe}$

(d) [MS13, S. 142]: $\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \implies T_1 \approx 394 \text{ K} \hat{=} 121^\circ\text{C}$

(e) $\vartheta_a = 25^\circ\text{C} \hat{=} 298.15 \text{ K} = T_K \rightarrow$ isochore Zustandsänderung

[MS13, S. 117]: $p_2 = \frac{p_1 T_a}{T_1} \approx 2.3 \text{ bar}$

(f) Adiabatenexponent ändert sich auf $\kappa \approx 1.6$ ([MS13, S. 124]), also folgt:

- n : \downarrow
- ϑ_1 : \uparrow
- p_2 : \downarrow

H 2012 K, Aufgabe 2: Wärmeaustausch

(a) [MS13, S. 128] und $\varrho = \frac{m}{V}$: $\vartheta_m \approx 306 \text{ K} \hat{=} 32.4^\circ\text{C}$

(b) [MS13, S. 140]: $\Delta S_{\text{Cu}} = c_{\text{Cu}} m_{\text{Cu}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \approx -9.15 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$$\Delta S_{\text{Fe}} \approx 10.6 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{\text{ges}} = \Delta S_{\text{Cu}} + \Delta S_{\text{Fe}} = 1.45 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(c) 1. Hauptsatz: [MS13, S. 135]: $\Delta U = Q + W$

keine Wärme nach außen, das heißt, $Q = 0$ und $W = 0 \implies \Delta U = 0$ (geschlossenes System)

2. Hauptsatz: Prozess ist irreversibel, da die Entropie des Systems wächst $\rightsquigarrow \Delta S_{\text{ges}} = 1.45 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(d) [MS13, S. 130]: $R_{\text{ges}} = R_{\text{Cu}} + R_{\text{Fe}} = \left(\frac{1}{\lambda_{\text{Cu}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{Fe}}} \right) \frac{l}{A} = 2 \frac{\text{K}}{\text{W}}$

(e) [MS13, S. 129]: $I = \frac{\Delta T}{R_{\text{ges}}} = 35 \text{ W}$

F 2013 K, Aufgabe 2: Mischkalorimeter

(a) [MS13, S. 128]: $c_W m_1 (T_3 - T_1) + C_G (T_3 - T_1) = c_W m_2 (T_2 - T_3)$

mit $m_1 = m_2 = m$ folgt: $C_G \approx 93 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

(b) mit (a) und $T_W = T$ folgt: $c_{\text{Blei}} \approx 0.13 \frac{\text{J}}{\text{gK}}$

(c) Temperatur des Phasenübergangs fest-flüssig: $T_1 = 0^\circ\text{C}$

[MS13, S. 145]: $Q_{\text{Eis}} = q_{\text{Eis}} m_{\text{Eis}}$

[MS13, S. 128]: $c_W m_1 (T_3 - T_1) + C_G (T_3 - T_1) + q_{\text{Eis}} m_{\text{Eis}} = c_{\text{Blei}} m_{\text{Blei}} (T_{\text{Blei}} - T_3) \implies T_3 \approx 249.8 \text{ K} \hat{=} -23.2^\circ\text{C}$

$\implies Q_{\text{Blei}}$ reicht NICHT aus, um Eis vollständig zu schmelzen

$\implies T_3 = 0^\circ\text{C}$

(d) analog (c) folgt: $T_3 = 286 \text{ K} \hat{=} 13.1^\circ\text{C}$

(e) [MS13, S. 122]: Regel von Dulong Petit: $C_m \approx \frac{6R}{2} \approx 25 \frac{\text{J}}{\text{Kmol}}$ (*) mit R als molare Gaskonstante

[MS13, S. 122]: $C_m = \frac{C}{n} = cM = \frac{Q}{n\Delta t} = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dt}$ (**)

[MS13, S. 122]: $Q = C_m n \Delta t$

[MS13, S. 117]: $M = \frac{m}{n}$ (***)

aus (*) und (**) folgt: $c \stackrel{(**)}{=} \frac{C_m}{M} \stackrel{(***)}{=} \frac{C_m n}{m}$

Sei $n = 1 \text{ mol}$. Dann folgt mit (*): $\frac{c_{\text{Blei}}}{c_{\text{Al}}} \approx 0.13 \implies \frac{c_{\text{Al}}}{c_{\text{Blei}}} \approx 7.68$

H 2013 K, Aufgabe 2: Eisberg

(a) [MS13, S. 56]: $\varrho_{\text{Eis}} = 0.917 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \implies m_0 = \varrho_{\text{Eis}} V_0 = 1.834 \cdot 10^9 \text{ kg}$

Schmelzvorgang: [MS13, S. 148]: $Q_s = q_{\text{Eis}} m_0 \approx 6.12 \cdot 10^{11} \text{ kJ}$

Erwärmung des Wassers von 0°C auf 13°C : [MS13, S. 123]: $Q_E = c_Q m_0 \Delta\vartheta \approx 9.97 \cdot 10^{10} \text{ kJ}$

$$\implies Q_{\text{ges}} = Q_s + Q_E \approx 7 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

(b) [MS13, S. 143f]: Carnot-Prozess

aufgenommene Wärme bei T_1 ($Q_1 > 0$): $Q_1 = \frac{m}{M} R T_1 \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right)$

abgegebene Wärme bei T_2 ($Q_2 < 0$): $Q_2 = \frac{m}{M} R T_2 \ln \left(\frac{V_D}{V_C} \right)$

Wirkungsgrad: $\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{|W|}{Q_1}$ oder $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

\longrightarrow klassischer Carnot-Prozess (im Uhrzeigersinn – rechtsläufig)

[MS13, S. 75]: $\eta_{\text{Dampf}} = \frac{W_{\text{nutz}}}{W_{\text{zu}}}$ oder $\eta_{\text{Dampf}} = \frac{E_{\text{nutz}}}{E_{\text{zu}}}$

Hierbei ist E_{zu} die thermische- und E_{nutz} die mechanische Energie. Bei mechanischen Vorgängen treten nahezu immer Reibungsverluste auf, welche den Wirkungsgrad somit herabsetzen. Der Carnot-Prozess ist ein idealisiertes Modell.

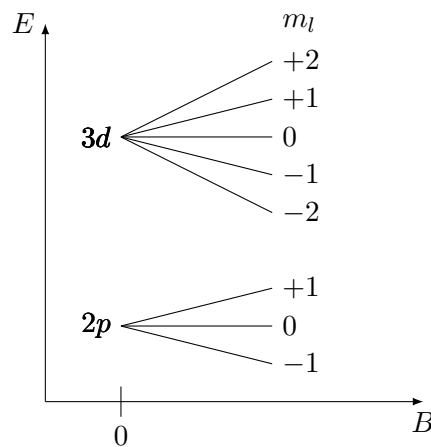
V Aufbau der Materie I – Quanten, Atome und Moleküle

F 2011 M, Aufgabe 1: Atome im Magnetfeld

(a) p- und d-Zustand

<u>p-Zustand</u>	<u>d-Zustand</u>
$l = 3 \Rightarrow m_l = 0; \pm 1$	$l = 2 \Rightarrow m_l = 0; \pm 1; \pm 2$
$L = \hbar\sqrt{l(l+1)} = \hbar\sqrt{3}$	$L = \hbar\sqrt{6}$
$L_z = \hbar m_l = 0; \pm \hbar$	$L_z = 0; \pm \hbar; \pm 2\hbar$
Entartung: $2 \cdot 1 + 1 = 3$	Entartung: $2 \cdot 2 + 1 = 5$

(b) Skizze

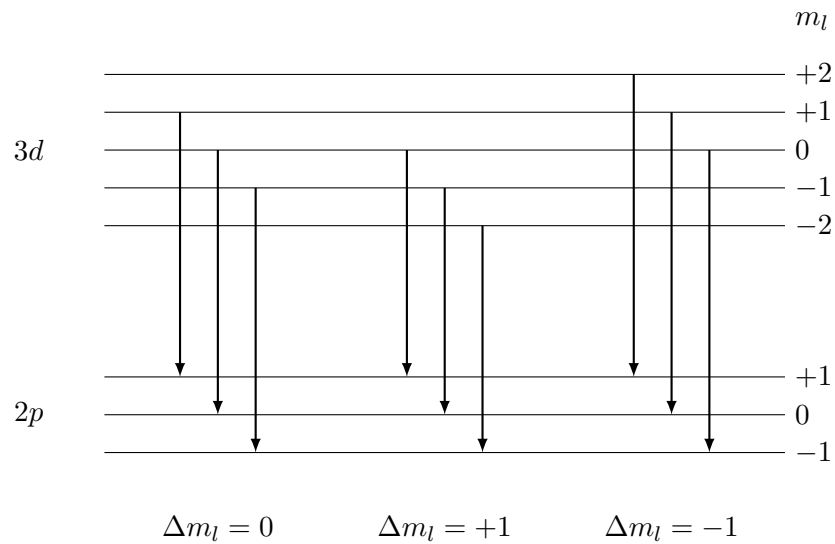


$$\Delta E = \mu_B \cdot B$$

(c) $\mu_z = \frac{e}{2m_e} \cdot \hbar \cdot m_l$
 p-Zustand $\Rightarrow m_l = 0, \pm 1$
 $E = \mu_z \cdot B$

$$\Delta E = B \cdot \left(\frac{e}{2m_e} \cdot \hbar (1 - (-1)) \right) = B \hbar \cdot \frac{e}{m_e} \approx 2.78 \cdot 10^{-23} \text{ J} \approx 1.74 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$$

(d) $d\text{-Zustand} \xrightarrow{\text{optisch}} p\text{-Zustand} \Rightarrow 3 \text{ Linien (Zeeman-Effekt); } B = \text{const}$
 3 Linien, da Übergangsenergien zu $\Delta m_l = 0$, $\Delta m_l = 1$ und $\Delta m_l = -1$ jeweils gleich groß sind (Lorentz-Triplett)



(e) Es gelten:

- $m_l = -l, \dots, +l$
- $m_s = \pm \frac{1}{2} = -s, \dots, +s$
- $m_j = -j, \dots, +j = -|l - s|, \dots, |l + s|$
- $j = |l - s|, \dots, |l + s|$

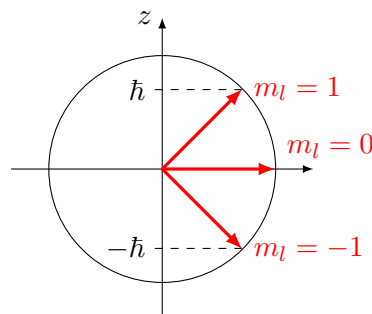
- (i) $l = 0; s = 0 \implies |l - s| = |l + s| = 0 \implies m_j = 0 \implies$ KEINE Aufspaltung
- (ii) $l = 1; s = 0 \implies |l - s| = |l + s| = 1 \implies m_j = 0, \pm 1 \implies 3$ Komponenten
- (iii) $l = 0; s = \frac{1}{2} \implies |l - s| = |l + s| = \frac{1}{2} \implies m_j = \pm \frac{1}{2} \implies 2$ Komponenten

F 2012 M, Aufgabe 1: Quantenzahlen und Atomspektren

(a) [MS13, S. 344]: $l = 1 \implies m_l = 0, \pm 1$

MERKE: $|\vec{L}| = \hbar \sqrt{l(l+1)} \approx 1.49 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

(b) Vektordiagramm:



(c) $m_l = 0, \pm 1, \pm 2$

$$\vec{L}^2 = \hbar^2 l(l+1) \approx 6.67 \cdot 10^{-68} \text{ J}^2 \text{ s}^2$$

MERKE: $L_z = m_l \cdot \hbar \implies \max(L_z^2) = 4\hbar^2$

MERKE: $\vec{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 \implies \min(L_x^2 + L_y^2) = \vec{L}^2 - \max(L_z^2) = 2\hbar^2$

(d) **MERKE:**

Für jedes n gilt: $l = 0, 1, \dots, n-1 \implies n$ verschiedene Werte

Für jedes l gilt: $m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l \implies (2l+1)$ verschiedene Werte

$$\implies \text{gesamte Entartung: } \underbrace{2}_{\text{Spin}} \cdot \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2 \cdot \left(2 \frac{(n-1)n}{2} + n \right) = 2n^2$$

(e) 1. Hauptgruppe: Li, Na, K, Cs \longrightarrow 1 Valenzelektron \implies Kernladungszahl 1 ([MS13, S. 352])

2. Hauptgruppe: Be, Mg, Ca, Ba \longrightarrow 2 Valenzelektronen \implies Kernladungszahl 2

(f) [MS13, S. 336f]: $E_n = - \underbrace{13.6 \text{ eV}}_{\text{Rydberg-E.}} \cdot \frac{Z^2}{n^2} = -\frac{1}{n^2} R'_\infty \implies$ kleinste Ionisierungsenergie besitzt

Li mit $z = 3$ und $n = 2$.

[MS13, S. 332]: $r \approx \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho N_A}} \implies$ größter Atomradius ist bei Ba zu finden, da $m_{\text{Ba}} = 137,327 \text{ u}$ die größte Masse darstellt.

F 2012 M, Aufgabe 3: Wasserstoffähnliche Ionen

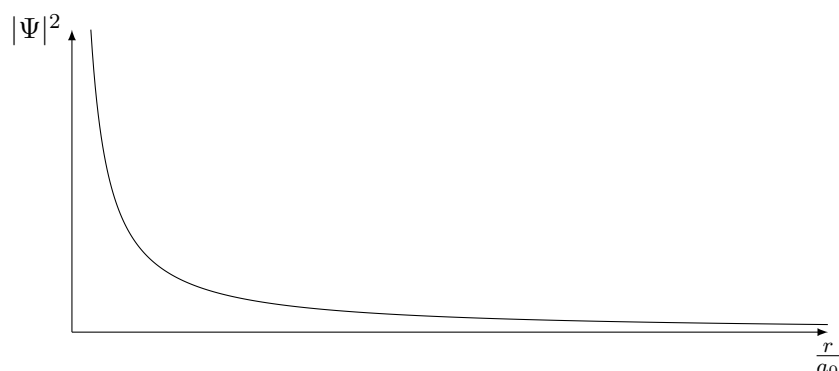
(a) [MS13, S. 339]: Ψ_1 : Schrödingergleichung ist eine Wellenfunktion, welche sich aus dem Produkt von Kugelflächenfunktionen und Radialfunktionen zusammensetzt

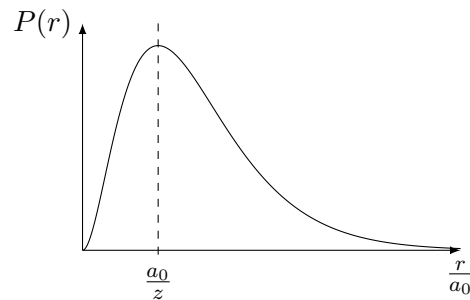
[MS13, S. 341]: $|\Psi_1|^2$: Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron im Volumenelement d^3r zu finden ist \rightsquigarrow Aufenthaltswahrscheinlichkeit

$P(r) dr = 4\pi r^2 |\Psi_1|^2 dr$: Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron im Abstand zwischen r und $r + dr$ vom Kern zu finden ist

(b) $P(r) dr = 4\pi r^2 \left| \frac{1}{\pi} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^3 \exp \left(-\frac{2Zr}{a_0} \right) \right| dr$

$$\implies P(r) \propto r^2 \exp(\dots) \rightsquigarrow \text{Parabel} \implies |\Psi_1|^2 \propto \exp(\dots)$$





$$\frac{dP(r)}{dr} \stackrel{!}{=} 0 \iff r = \frac{a_0}{z}$$

$|\Psi_1|^2$ hat Maximum bei $r = 0$ (siehe Graph)

(c) $\text{Ca}^{19+} \rightarrow r = \frac{a_0}{20} \rightarrow \text{Extremwert}$

$$Z_{\text{Ca}} = 20 \xrightarrow{(b)} r = \frac{a_0}{20} \rightarrow \text{Extremwert}$$

$$r_{\text{H}} = 20 \cdot r_{\text{Ca}}, \text{ da } Z_{\text{H}} = \frac{1}{20} Z_{\text{Ca}}$$

(d) [MS13, S. 336]: $|E| = \frac{1}{8} \cdot \frac{m_e Z^2 e^4}{\epsilon_0^2 n^2 \hbar^2} = 0.1 c^2$

$$\text{Ruheenergie} \implies n = 1 \text{ und es folgt: } Z \approx 61.28 \stackrel{\wedge}{=} {}_6 \text{ 1Pm}$$

(e) [MS13, S. 332]: $r \approx \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi \rho N_A}} \approx 2.0 \text{ nm}$

$$[\text{MS13, S. 50}]: \rho_{\text{Pm}} = 7.22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$r_K = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}} \text{ und mit } A = Z + N, Z_{\text{Pm}} = 61 \text{ und } A_{\text{Pm}} = 147 \text{ ([MS13, S. 386]) folgt:}$$

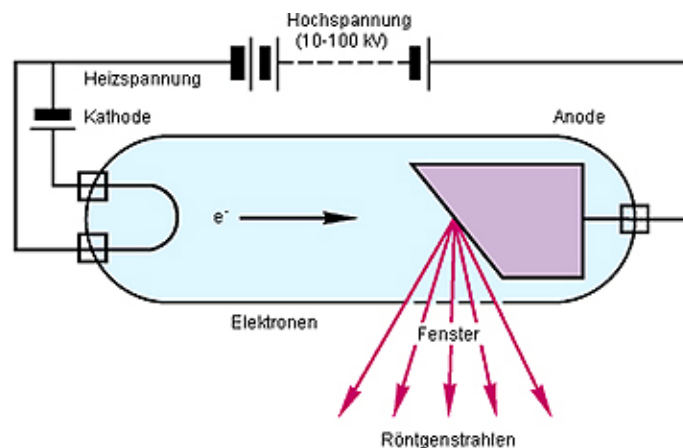
$$r_K \approx 6.86 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

$$P(r_K) \approx 2.84 \cdot 10^8 \text{ und } P(0) = 0$$

$$W(r \leq r_K) = \frac{1}{2} r_K \cdot P(r_K) \approx 9.74 \cdot 10^{-7}$$

H 2012 M, Aufgabe 2: Röntgenröhre und Bodyscanner

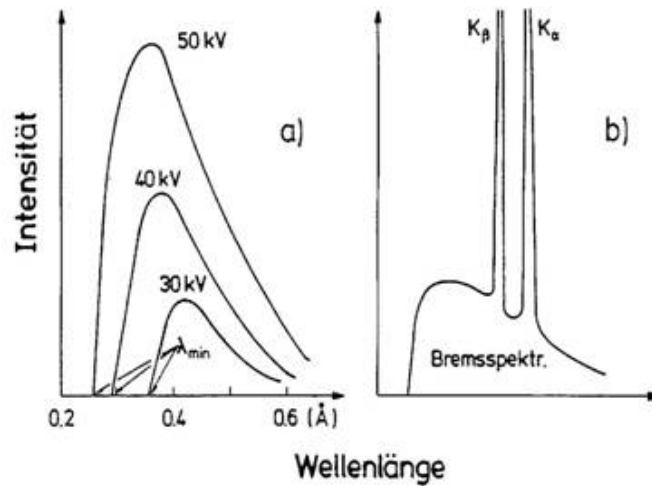
(a) Röntgenröhre⁴



(b) Röntgenspektrum⁵

⁴http://www.ph2.physik.uni-goettingen.de/Bilder_Theorie/roentgen.gif (Zugriff am 20.02.2015)

⁵https://www.uni-due.de/physik/ap/iabe/roentgen_b10/roentgenspektrum.jpg (Zugriff am 20.02.2015)



zwei Anteile:

- charakteristische Linien: [MS13, S. 358]: Mosley-Gesetz
- Bremspektrum (kontinuierlicher Untergrund)

(c) [MS13, S. 357]: $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \approx 35.4 \text{ pm}$

negative Beschleunigung der Elektronen beim Auftreffen auf das Target \Rightarrow Emission elektromagnetischer Wellen

(d) [HH02, S. 64]: $\lambda = \frac{1}{\frac{3}{4}R(Z-1)^2} \Rightarrow \lambda_{\text{Cu}} \approx 154 \text{ pm}$ und $\lambda_{\text{Mo}} \approx 72.3 \text{ pm}$

(e) „-1“ ist eine materialspezifische Konstante und besagt eine Abschirmung des Kernpotentials durch restliche Elektronen in der Hülle

(f) [MS13, S. 354]: $E = hf \approx 3.31 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 35 \text{ pm} \longleftrightarrow \lambda_{\text{Cu}} \approx 154 \text{ pm}$$

$$E_{\text{Cu}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{Cu}}} \approx 8.05 \text{ keV}$$

\rightarrow Photonenenergie von Cu beträgt ein Vielfaches/ist sehr groß gegenüber der Photonenenergie bei THz-Strahlung

\rightarrow DNS wird durch THz-Strahlung NICHT zerstört, da Energie sehr gering

F 2013 M, Aufgabe 1: Spektrallinien des Wasserstoffatoms

(a) Balmerserie, $n = 2$ \nearrow

[MS13, S. 338]: $\nu = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ ($m = 3, 4, 5 \dots$)

$$\lambda = \frac{1}{\nu}$$

[MS13, S. 337]: $R_H = 1.0967758 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} \approx 656 \text{ nm} \rightsquigarrow \text{rot, sichtbarer Bereich ([MS13, S. 304])}$$

$$\lambda_{\min} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)} = \frac{4}{R_H} \approx 365 \text{ nm} \rightsquigarrow \text{ultraviolett, NICHT-sichtbarer Bereich ([MS13, S. 304])}$$

(b) Doppler-Effekt

(c) **MERKE:** reduzierte Masse: $\mu = \frac{m_e M_k}{m_e + M_k} \implies \frac{\mu}{m_e} = \left(1 + \frac{m_e}{M_k}\right)^{-1} \quad \checkmark$

$$[\text{MS13, S. 337}]: R_\infty = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^3 c} \cdot Z^2$$

$$[\text{MS13, S. 338}]: \nu = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (*)$$

$$[\text{MS13, S. 337}]: R = R_\infty \left(1 + \frac{m_e}{M_k}\right)^{-1}$$

$$\text{mit } (*) \text{ folgt: } \Delta\nu = \Delta \left(\frac{1}{\lambda} \right) = \Delta R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ mit } \Delta R = R(T) - R(H)$$

$$\implies \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 0.366 \cdot 10^{-3}$$

(d) [MS13, S. 344]: $l_i = 0, 1$ und $m_i = 0, \pm 1$ und $s_i = \pm \frac{1}{2}$

$$[\text{MS13, S. 346}]: z = 2n^2 = 2 \cdot 4 = 8 \implies 8 \text{ Zustände}$$

(e) **MERKE:** Dipolauswahlregeln: $\Delta l = \pm 1$ und $\Delta m_l = 0, \pm 1$

\implies erlaubte Übergänge:

- $2p \rightarrow 1s$
- $2s \rightarrow 4p$
- $2p \rightarrow 4s$
- $2p \rightarrow 4d$

(f) **MERKE:** Gründe für endliche Linienbreite:

- endliche Lebensdauer der angeregten Zustände
- Stoßverbreiterung
- Dopplerverbreiterung
- natürliche Linienbreite

(g) Energieentartung \longrightarrow Feinstrukturaufspaltung bzgl. m_l

H 2013 M, Aufgabe 1: Helium-Ionen

(a) [MS13, S. 336]: $E_n = -\frac{1}{8} \cdot \frac{m_e Z^2 e^4}{\varepsilon_0^2 n^2 h^2}$

$$E_1(\text{He}) \approx -54 \text{ eV} \text{ und } E_2(\text{He}) \approx -14 \text{ eV} \text{ und } E_3(\text{He}) \approx -6.0 \text{ eV}$$

$$\text{Entartung ohne/mit Spin: } n^2/2n^2$$

$$E_1(\text{He}) \implies l = 0 \longrightarrow 2\text{-Entartung}$$

$$E_2(\text{He}) \implies l = 0 \longrightarrow 8\text{-Entartung}$$

$$E_3(\text{He}) \implies l = 0 \longrightarrow 18\text{-Entartung}$$

Energieentartung heißt, dass zu ein und demselben Energiewert verschiedene Bahnformen gehören mit Quantenzahlen n und L .

(b) [MS13, S. 334]: $\Delta E \cdot \Delta \tau \geq \hbar \implies \Delta \tau \approx 1.99 \text{ ns}$

(c) [MS13, S. 162ff]: $k = \frac{R}{N_A}$; $m = \frac{M}{N_A}$; $\hat{v} = \sqrt{2 \frac{R}{M} T} = \sqrt{2 \frac{k}{m} T}$

$$\implies v_{\text{wahrscheinlich}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

[MS13, S. 285]: Dopplereffekt: $f' = f (1 \pm \frac{v}{c}) \implies \underbrace{f' - f}_{=\Delta f} = \pm \frac{v}{c} \cdot f \implies \frac{\Delta f}{f} = \pm \frac{v}{c} (*)$

[MS13, S. 337f]: $f_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h} = 9.87 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$\implies \Delta f_{21} = \underbrace{2}_{\text{wegen } \pm \text{ in } (*)} \cdot \frac{f_{21}}{c} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

- (d) Die Elektronegativität von Wasserstoff ist wesentlich höher als die von Helium, da bei Helium die äußere Schale voll besetzt ist. Elektronegativität ist ein Maß für die Fähigkeit, Elektronen in einem Molekül an sich zu ziehen.

Edelgaskonfiguration; halbbesetzte Orbitale, einzelne Elektronen füllen ein (kovalentes) Molekülorbital

VI Aufbau der Materie Iia – Festkörperphysik

Verständnisfragen

(1) Thermische Ausdehnung von Festkörpern

(a) Erläutern Sie drei Kristallbindungsarten. Geben Sie jeweils einen typischen Vertreter an.

- kovalente Bindung

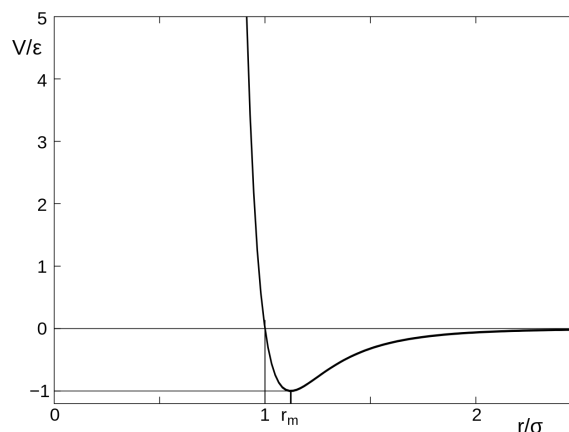
- typischer Vertreter: H_2^+ , Diamant
- Valenzelektronen sind über beide Atome verteilt \rightsquigarrow zwischen den Atomen
- stark gerichtete Bindung
- Energie des „gepaarten“ Atoms geringer

- Ionenbindung

- typischer Vertreter: $\text{Na} + \text{Cl} \rightarrow \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$
- Elektronenaustausch führt zu einer erhöhten Elektronendichte bei einem Atom (Cl^-) und zu einer reduzierten Elektronendichte beim anderen Atom
- Coulombanziehung der Bindungspartner
- schwach gebundenes Valenzelektron wechselt in fast volle Valenzschale des Halogenatoms

- Van-der-Waals-Bindung

- typischer Vertreter: CH_4
- Dipol-Dipol-Bindung (schwache Bindung!)
- tritt zwischen ungeladenen Molekülen/Edelgasatomen auf
- es gilt das Lennard-Jones-Potential⁶:



(b) Beschreiben Sie, was auf atomarer Ebene bei einer Temperaturerhöhung des Kristalls passiert.

Anstieg kinetischer Energie der einzelnen Atome \implies Auslenkungen um Ruhelage nehmen zu (Gitterschwingungen \longrightarrow Phononen werden erzeugt)

⁶<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:12-6-Lennard-Jones-Potential.svg> (Zugriff am 13.02.2015)

- (c) Nehmen Sie an, dass die Kraft zwischen zwei Gitterbausteinen wie bei einer Feder einem linearen Kraftgesetz folgt und damit die potentielle Energie parabelförmig verläuft. Kann sich unter dieser Annahme bei Temperaturerhöhung der mittlere Abstand zwischen den beiden Teilchen ändern?

Durch die vollkommene Symmetrie der Parabel wird sich im Mittel kein größerer Abstand ergeben \implies KEINE Ausdehnung

- (d) Bei einem verfeinerten Modell wird angenommen, dass sich die potentielle Energie aus zwei Anteilen zusammensetzt, die aus einer abstoßenden und einer anziehenden Wechselwirkung herrühren:

$$E_{\text{pot}}(r) = -\frac{a}{r^m} + \frac{b}{r^n} \quad (a, b, m, n > 0)$$

- (i) Begründen Sie, welcher der beiden Terme die anziehende und welcher die abstoßende Wechselwirkung beschreibt.

$-\frac{a}{r^m}$ ist der anziehende Teil, welcher E_{pot} mit kürzer werdendem Abstand verringert; $\frac{b}{r^n}$ ist der abstoßende Teil

- (ii) Welche Bedingung müssen Parameter m und n erfüllen, damit eine Kristallbindung erfolgen kann?

$n > m$, wobei $m = 6$ aus der Van-der-Waals-Wechselwirkung

- (iii) Skizzieren Sie $E_{\text{pot}}(r)$ für diesen Fall.

Anharmonisches Potential: siehe oben Lennard-Jones-Potential

- (iv) Erläutern Sie, welche Konsequenz eine Temperaturerhöhung für den mittleren Abstand der Kristallbausteine in diesem Modell hat. Geben Sie mit Hilfe des Diagramms der vorherigen Teilaufgabe eine qualitative Begründung und erläutern Sie damit die thermische Ausdehnung des Kristalls.

Erhöhung der Energie \implies mittlerer Abstand wandert zur Seite des flach ansteigenden Potentials \implies hier vergrößert sich der Abstand

- (2) Welche Bindungsarten gibt es in Festkörpern?

- Ionenbindung
- Metallbindung
- Van-der-Waals-Bindung
- Wasserstoffbrückenbindung
- kovalente Bindung

- (3) Was bedeutet Basis im Zusammenhang mit Kristallstrukturen?

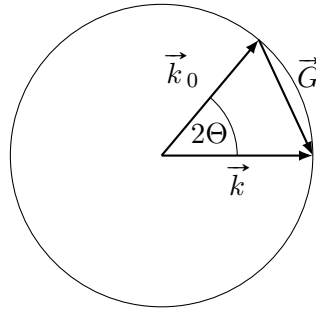
Kristall = Gitter + Basis

1-atomige Basis: 1 Atom je Gitterpunkt

2-atomige Basis: 2 Atome je Gitterpunkt

- (4) Welche Festkörper liegen in kristalliner Form vor? Was ist der Unterschied zwischen polykristallin und einkristallin? Welche Festkörper liegen NICHT als Kristalle vor?

- (i) die meisten Metalle, Salze, Diamant
schnelles Abkühlen geschmolzener Metalle \implies NICHT-kristalline Struktur
 - (ii) Einkristall: makroskopisch, translationsinvariant (Beispiel: Silicium für Wafer)
Polykristall: Kombination aus Einkristallen (Beispiel: Silicium für Solarzellen)
 - (iii) Holz, Glas, amorphe Stoffe/Festkörper (Aussage über Nahordnung, NICHT aber über Fernordnung möglich), Polymere
- (5) Betrachten Sie die Ewald-Konstruktion:



Was bedeuten die Vektoren \vec{k}_0 , \vec{k} , und \vec{G} ? In welche Richtung kommt die Strahlung aus der Quelle, in welche geht sie zum Detektor?

- (i) $\vec{G} = \vec{k} - \vec{k}_0$
enthält die Kugel einen reziproken Gittervektor \vec{G} , so findet man einen neuen Wellenvektor \vec{k}_0 ; liegt also ein reziproker Gitterpunkt auf der Ewald-Kugel, so beobachtet man einen Beugungsreflex
- (ii) \vec{k}_0 gibt die Richtung der einfallenden Strahlung an; \vec{k} gibt die Richtung der Strahlung zum Detektor an;

- (6) Warum kann man sichtbares Licht NICHT zur Strukturaufklärung von Kristallen verwenden?

Wellenlänge des sichtbaren Lichtes ist zu groß; λ muss im Bereich der Gitterkonstante a sein

- (7) In welchem Energiebereich müssen Neutronen liegen, damit sich ihre de-Broglie-Wellenlänge zur Untersuchung von Festkörpern eignet? Wie stellt man diese Neutronen her?

$\approx 80\text{meV}$, thermische Neutronen, NICHT einfach zu erzeugen, Herstellung durch Kernspaltung \rightsquigarrow Neutronen werden im Moderator (oft Wasser) gebremst; zusätzlich: Monochromator („Geschwindigkeitsfilter“) nötig \rightsquigarrow Forschungsreaktor

ODER: Teilchenbeschleuniger \longrightarrow Target und hofft auf Austreten von Neutronen = Spaltungsquelle

- (8) Vergleichen Sie Röntgen- und Neutronenstreuung: Welche Materialien lassen sich gut/schlecht untersuchen, welche Strukturen können Kontrast bieten, Erzeugung der Strahlen?

Röntgenstrahlen: Wechselwirkung mit Elektronen

- umso stärker, je mehr Elektronen, also je höher die Kernladungszahl
- alle Isotope eines Elements gleich, da NUR von Elektronen abhängig
- Röntgenröhre (relativ klein und einfach zu bauen)

- Röntgenphotonen haben relativ hohe Energie \rightarrow empfindliche Proben können zerstört werden

Neutronen \rightarrow Kern

- auch bei weniger Elektronen
- Unterschiede zwischen Isotopen eines Elements \leadsto Kontrasterhöhung möglich
- Forschungsreaktor/Spaltungsquelle
- schwache Wechselwirkung mit Kern
- höhere Eindringtiefe als Röntgenphotonen

- (9) Wann steht eine Kristallrichtung $[hkl]$ auf der zugehörigen (hkl) -Ebene senkrecht? Was gilt für die Beziehung der (hkl) -Ebene und den reziproken Gittervektor \vec{G}_{hkl} ? Was gilt für den Ebenenabstand dieser Ebenen?

im Allgemeinen gilt dies nur, wenn die Einheitsvektoren ein Orthogonalsystem bilden; reziproker Gittervektor \vec{G}_{hkl} immer senkrecht zur (hkl) -Ebene;

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

- (10) Was sind akustische, was sind optische Phononen?

zweiatomige Basis

akustische Phononen: Schallwellen; Atome einer Basis schwingen gleichphasig

optische Phononen: Atome einer Basis schwingen gegenphasig

einatomige Basis: akustische Phononen

- (11) Welche Größenordnung haben Phononenfrequenzen in typischen Materialien? Wo finden Sie z. B. Ultraschallwellen wieder?

kHz bis GHz bei akustischen Phononen

Ultraschall > 20 kHz

THz bei optischen Phononen (Infrarot)

- (12) Eignen sich Röntgen- bzw. Neutronenstrahlen zur Messung von Phononendispersion?

thermische Neutronen \rightarrow JA

$$\left. \begin{array}{l} \text{thermische Energie Phonon} \sim \text{eV} \\ \text{Röntgenstrahlung} \sim \text{keV} \end{array} \right\} \Rightarrow 6 \text{ Größenordnungen unterschied}$$

\leadsto hohe Intensivität am Detektor nötig

- (13) Warum nimmt die Wärmekapazität von Phononen bei tiefen Temperaturen ab?

Phononen sind quantisiert

- entweder ein Phonon anregen oder keins; $E_{\hbar\omega}$
- bei kleinen Temperaturen ist die Wahrscheinlichkeit sehr gering, dass Phononen angeregt werden

- (14) Womit begründen Sie die thermische Ausdehnung von Festkörpern? Gelingt dies mit Bindungskräften in der harmonischen Näherung?

NICHT mit harmonischer Näherung; zusätzliche (anharmonische) Terme nötig; siehe (1)

- (15) Warum kann man bei der Raman-Spektroskopie im Allgemeinen nur Phononen mit Wellenzahl $q \approx 0$ untersuchen?

Licht zur Anregung optischer Phononen zu deren Untersuchung; Energie- und Impulserhaltung IMMER gegeben:

$$\begin{aligned}\hbar\omega_{\text{Photon}} &= \hbar\omega'_{\text{Photon}} + \hbar\omega_{\text{Phonon}} \\ \hbar\vec{k}_{\text{Photon}} &= \hbar\vec{k}'_{\text{Photon}} + \hbar\vec{k}_{\text{Phonon}}\end{aligned}$$

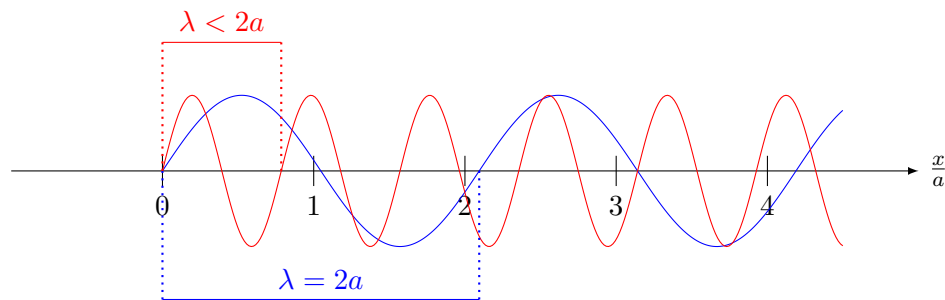
\vec{k}_{Photon} und \vec{k}'_{Photon} sehr viel größer als \vec{k}_{Phonon}

man kann 2 Phononen erzeugen, die entgegengesetzte Richtungen haben \Rightarrow Impuls der beiden zusammen fast 0, aber einzelne Impulse größer 0

optische Phononen \Rightarrow Energieerhaltung bleibt auch gewährleistet

- (16) Die erste Brillouin-Zone der einatomigen linearen Kette endet bei $q = \frac{\pi}{a}$. Was ist dort die zugehörige Wellenlänge? Wie sieht die Schwingung aus? Was ergibt sich für $q = \frac{2\pi}{a}$? Fertigen Sie auch eine Skizze an.

$$\frac{\pi}{a} = q_{\text{max}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{min}}} \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = 2a$$



- (17) Welchen Zweck erfüllen die periodischen Randbedingungen bei der Beschreibung von Phononen und Elektronen in Festkörpern?

Physik am Rand ist kompliziert \rightsquigarrow Effekte innerhalb sind interessant

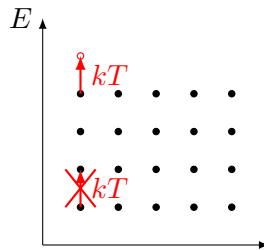
\rightarrow unendliche Körper, aber Integrale nicht (gut) lösbar \Rightarrow betrachte Körper periodisch \Rightarrow Rand wird egal und Körper kann als unendlich ausgedehnt angenommen werden \rightsquigarrow Randeffekte können somit vernachlässigt werden

Beispiel: eindimensionale lineare Kette wird zu einem Kreis geschlossen \Rightarrow endliche Länge, KEIN Rand \rightsquigarrow einfachste Anwendung

- (18) Warum ist die Wärmekapazität der Elektronen in Metallen viel geringer als die der Phononen?

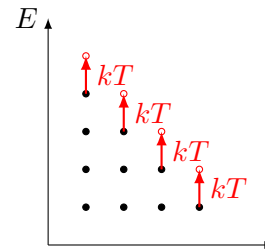
Elektronen: Fermionen

→ Pauli-Prinzip



Phononen: Bosonen

→ beliebige Besetzung



Für untere Elektronen ist KEINE thermische Anregung möglich, da kein Platz vorhanden ist. Dieser Platz ist bereits von einem anderen Elektron besetzt.

⇒ Nur obere Elektronen (Fermi-Kante) sind thermisch anregbar

→ zwei Elektronen pro Niveau (Spin ↑ und Spin ↓)

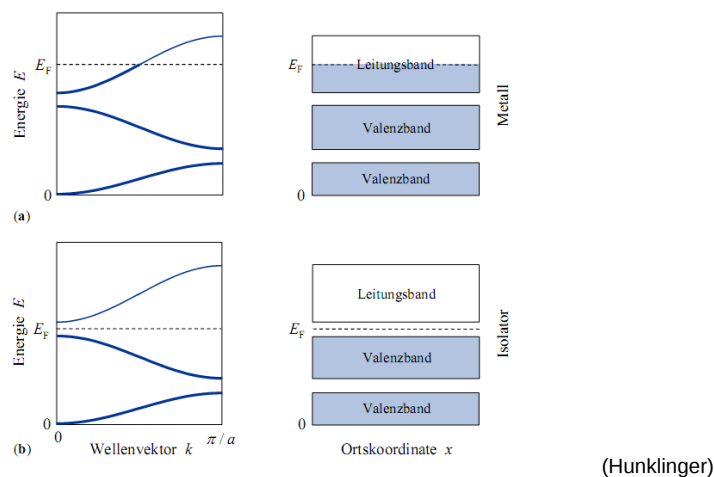
↪ kT ist recht klein

- (19) Wie können Sie im Bändermodell des Festkörpers den Unterschied zwischen Metallen und Isolatoren erklären?

Metall: Elektronen können sich frei bewegen; Fermi-Energie liegt im Leitungsband

Halbleiter/Isolator: Bandlücke $\Delta E > kT$

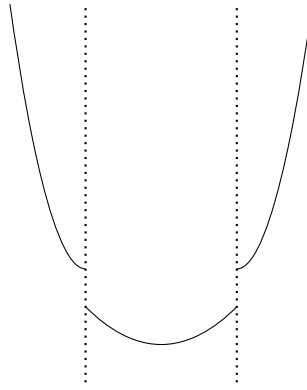
Bändermodell: Metalle und Isolatoren



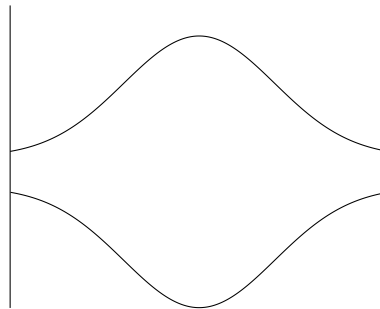
Diese Folie wurde [Ero14] entnommen.

- (20) Wodurch kommen die Bandlücken zustande, wenn Sie zum einen die fast-freie-Elektronen-Näherung, zum anderen die tight-binding-Näherung betrachten?

fast-freie-Elektronen-Näherung

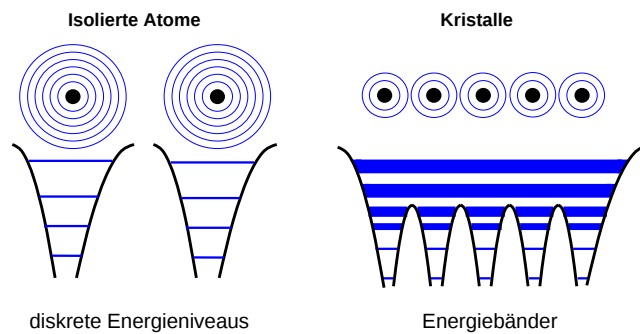


tight-binding-Näherung



Tight-Binding-Modell

Bringt man Atome näher und näher zusammen so wird die Entartung der atomaren Niveaus aufgehoben. Annäherung von N-Atomen \Rightarrow Aufhebung der N-fachen Entartung

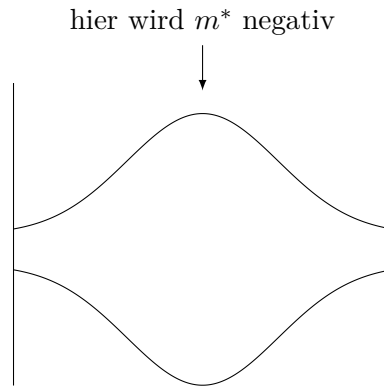


Diese Folie wurde [Ero14] entnommen.

- (21) Was bedeutet der Begriff *effektive Masse*? Was passiert, wenn die effektive Masse unendlich wird?

$m^* \approx m$, wenn die Dispersionsrelation nahezu eine Parabel darstellt.

$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} \right)^{-1} \rightarrow \infty$, wenn $\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k^2} = 0$ (Wendepunkt)



(22) Warum müssen Halbleiter so extrem rein hergestellt werden?

Dotierung 1: 1000000 gewollt

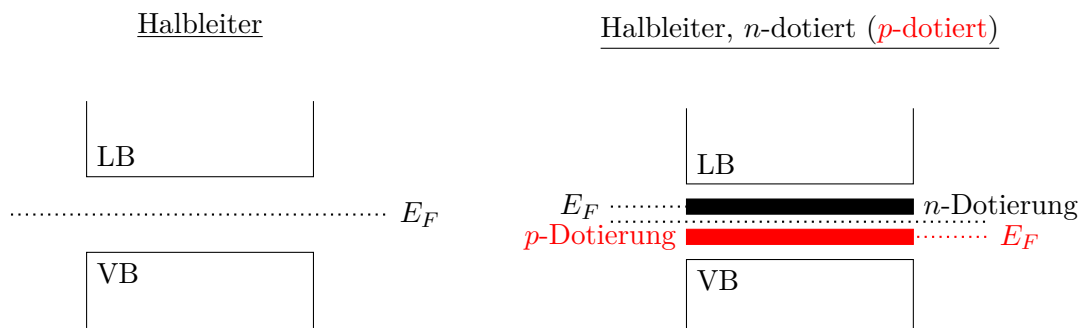
unkontrollierte Verunreinigung verändert Eigenschaften des Halbleiters \Rightarrow Verunreinigung muss kleiner als gewollte Dotierung sein

(23) In welchem Band sind Elektronen bzw. Löcher?

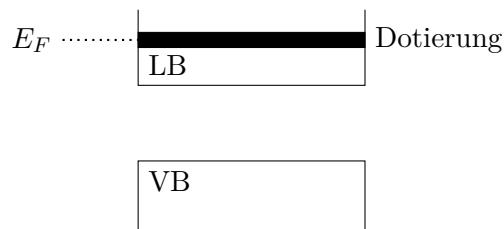
In welchem Band sind die zur Leitfähigkeit beitragenden Elektronen?

Elektronen befinden sich im Leitungsband, wohingegen Löcher im Valenzband zu finden sind.

(24) Wo liegt bei einem Halbleiter die Fermi-Energie normalerweise? Gibt es davon Ausnahmen?



Halbleiter, entartet n -dotiert (hohe Störstellen-Konzentration)



Dotierung NICHT diskret \rightarrow Störstellen bilden Band

F 2012 M, Aufgabe 4: Anregungen in Festkörpern

(a) [MS13, S. 49]: $\varrho_{\text{Au}} = 19.3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

MERKE: $n = \frac{\varrho_{\text{Au}}}{m_{\text{Au}}} \approx 5.9 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$

- (b) (i) [MS13, S. 215]: stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld \Rightarrow Elektronen werden durch Lorentzkraft abgelenkt \Rightarrow Hall-Spannung im Leiter senkrecht zur Stromfluss- und Magnetfeldrichtung

(ii) [MS13, S. 215]: $U_H = A_H \mu_0 H \frac{I}{d} = A_H B \frac{I}{d}$

$A_H = -\frac{1}{en}$ und mit [MS13, S. 216] folgt: $A_H \approx -7.2 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$

$$\Rightarrow U_H = -\frac{1}{en} B \frac{I}{d} \Rightarrow E_H = -\frac{1}{en} B \underbrace{\frac{I}{db}}_{\substack{=A \\ =j}} \approx 13.1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

(iii) [MS13, S. 221]: $\sigma = ne\mu \Rightarrow \mu = \frac{\sigma}{ne} \approx 4.65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}$

(c) (i) [MS13, S. 272] mit $c = v$: $\lambda = \frac{v}{f} \approx 0.24 \text{ m}$

$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{v} \approx 2.76 \cdot 10^{-33} \text{ Ns}$

(ii) Energieerhaltung für inelastische Neutronenstreuung: $E_R = E_N - E_{Ph} = E_N - hf_{Ph}$

Bemerkung: in dieser Gleichung gilt „−“, da es sich um ein erzeugtes Phonon handelt. Würde man den Fall mit einem vernichteten Phonon betrachten, so würde in der Gleichung mit „+“ operiert werden.

$\Rightarrow E_{Ph} = 3.2 \text{ meV}$

- (iii) • reine Metalle: Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur ist von Phononen bestimmt (\leadsto temperaturabhängiger Restwiderstand); bei tiefen Temperaturen von Verunreinigungen/Defekten; bei hohen Temperaturen werden Elektronen an Phononen gestreut
- Legierungen: bei Zimmertemperatur oft noch von Streuung an Defekten bestimmt

[MS13, S. 176]: $J = \frac{E}{\varrho} = \frac{ne^2 \Lambda}{m_e \bar{v}} E$

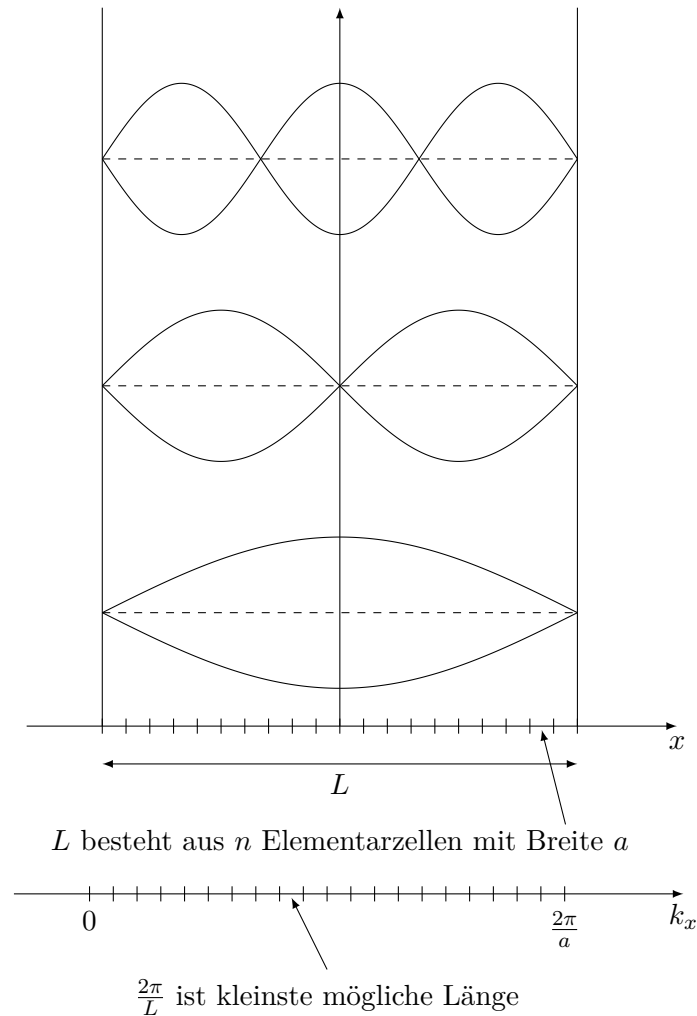
mit [MS13, S. 170] folgt: $\frac{1}{\varrho} = \gamma$

Λ ist hierbei die mittlere freie Weglänge und \bar{v} die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen

[MS13, S. 166]: $\Lambda = \frac{kT}{4\pi\sqrt{2}r^2p} \Rightarrow \frac{1}{\varrho} = \gamma \propto T$, wobei ϱ der spezifische elektrische Widerstand und γ die elektrische Leitfähigkeit darstellen

H 2012 M, Aufgabe 1: Freies Elektronengas

- (a) freies Elektronengas heißt in quantenmechanischem Sinn Sinuswelle:



Elektronen haben Spin $s = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Fermionen \Rightarrow Fermistatistik \Rightarrow 2 Elektronen pro (k -)Zustand

bei $T = 0$ werden die energetisch niedrigsten Zustände besetzt; KEINE Anregungen

für die Energie ist nur das Betragsquadrat wichtig: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$

Auffüllen mit allen zur Verfügung stehenden Elektronen \Rightarrow maximale Energie E_F

$$\Rightarrow k_F = \sqrt{\frac{2mE_F}{\hbar^2}}$$

(b) Volumen eines Würfels im k -Raum: $V = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3$

Sei N die Anzahl der Elektronen. Da immer zwei Elektronen einen Zustand besetzen, rechnen wir mit $\frac{N}{2}$:

$$\frac{N}{2} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 = \underbrace{\frac{4}{3}\pi k_F^3}_{\text{Kugel}} \Rightarrow k_F \approx 1.55 \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{m}}$$

(c) Welle

- $E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_0} \approx 9.1 \text{ eV}$
- $p_F = \hbar k_F \Rightarrow v_F = \frac{p_F}{m_0} = \frac{\hbar k_F}{m_0} \approx 1800 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

im Vergleich dazu: Teilchen

- $E_F = \frac{m_e v_F^2}{2}$

- $p_F = m_e v_F$

[MS13, S. 162]: $E_F = \frac{3}{2} k T_F \approx k T_F \implies T_F \approx \frac{E_F}{k} \approx 1.1 \cdot 10^5 \text{ K}$

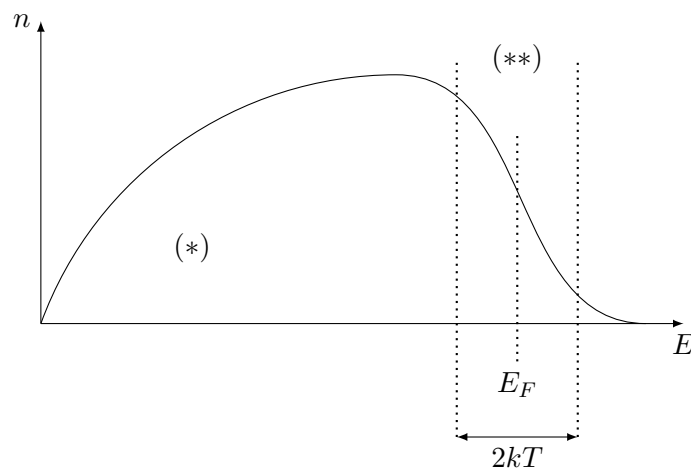
(d) • hohe E_{kin} /„Temperatur“

– quasifrei von Atomrümpfen

– vernachlässige WW zwischen e^-

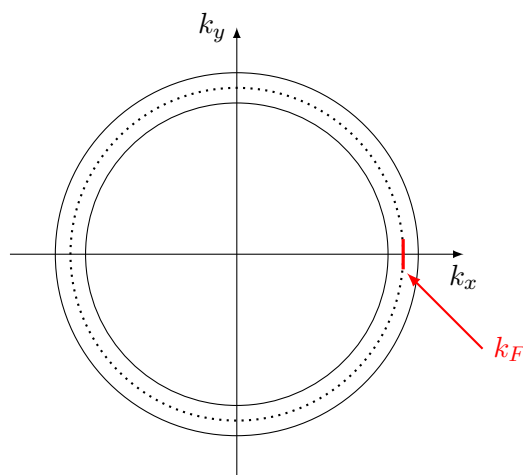
- mittlere freie Weglänge \gg Gitterkonstante; e^- stoßen (fast) nur an den „Wänden“ der Probe

(e) Nur e^- mit $\Delta E = kT$ um E_F verfügbar für Energieaustausch, da nur hier Zustände teilweise besetzt sind.



(*) hier sind e^- quasi fest, da alle Zustände besetzt sind $\implies e^-$ können NICHT in einen anderen Zustand hüpfen

(**) in diesem Bereich sind die Zustände teilweise besetzt



Kugelschale um k_F beinhaltet e^- , die zum Energieaustausch beitragen

$E_f \sim 1 - 10 \text{ eV}$; $kT \approx 25 \text{ meV}$ bei Zimmertemperatur

Anteil: $\frac{\# \text{Zustände Kreisring}}{\# \text{Zustände in } k_F}$

Kreisring: $\pi \cdot \left[\left(k_F + \frac{kT}{\hbar} \right)^2 - \left(k_F - \frac{kT}{\hbar} \right)^2 \right] = \dots = \pi \left[4k_F \cdot \frac{kT}{\hbar} \right]$

$$A = \pi \cdot 2kT \cdot \frac{2k_F}{\hbar} \left[= \pi \cdot \text{Breite} \cdot \text{mittlerer Radius} \right]$$

$$\# \text{ in } k_F: \pi k_F^2$$

$$\implies 4 \cdot \frac{kT}{\hbar k_F} = 4 \cdot \frac{E_{\text{therm}}}{E_{\text{Fermi}}} = 4 \frac{\text{meV}}{\text{eV}} \longrightarrow \sim 10^{-3}$$

Im klassischen Elektronengas würden alle e^- zu c_V beitragen.

H 2012 M, Aufgabe 3: Kristallstruktur und elektronische Eigenschaften im Festkörper

(a)

(b)

(c) (i) Tight-Binding-Modell:

- Ausgangspunkt: Wellenfunktionen und Energieniveaus der isolierten Atome
- Annäherung der isolierten Atome \implies Überlappung der Wellenfunktionen und Verbreiterung der Energieniveaus zu Bändern
- Kernnahe Wellenfunktionen überlappen fast gar nicht \implies atomare Niveaus bleiben erhalten
- äußere Schalen: Wellenfunktionen überlappen stark \implies Energieniveaus verbreitern stark \implies Energiebänder überdecken sich

(ii) fast-freies-Elektronengas

so kleines periodische Potential $V(\vec{r}) \neq 0$, dass Elektronen fast frei sind;

Abweichungen nur an Stellen, wo sich zwei Parabeln schneiden: es öffnen sich Energielücken der Größe $2 \cdot |V_{\vec{G}}|$ (Fourier-Komponente von V , \vec{G} nötig, um Wellenfunktion in 1. Brillouin-Zone zurückzuschieben)

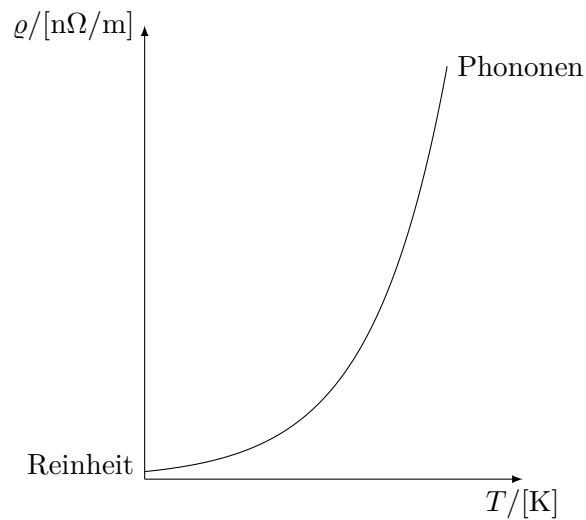
\implies NICHT mehr alle Energiewerte erlaubt

\implies Bänder von erlaubten Bereichen durch Bandlücken getrennt

(iii) Isolator: alle Bänder ganz voll bzw. ganz leer

liegt E_F in einem Band \implies Festkörper ist ein Metall

(iv)		tiefe Temperaturen	Zimmertemperatur
	reine Metalle	Verunreinigungen	Phononen
	Legierungen	-/-	oft noch von Streuung an Defekten bestimmt



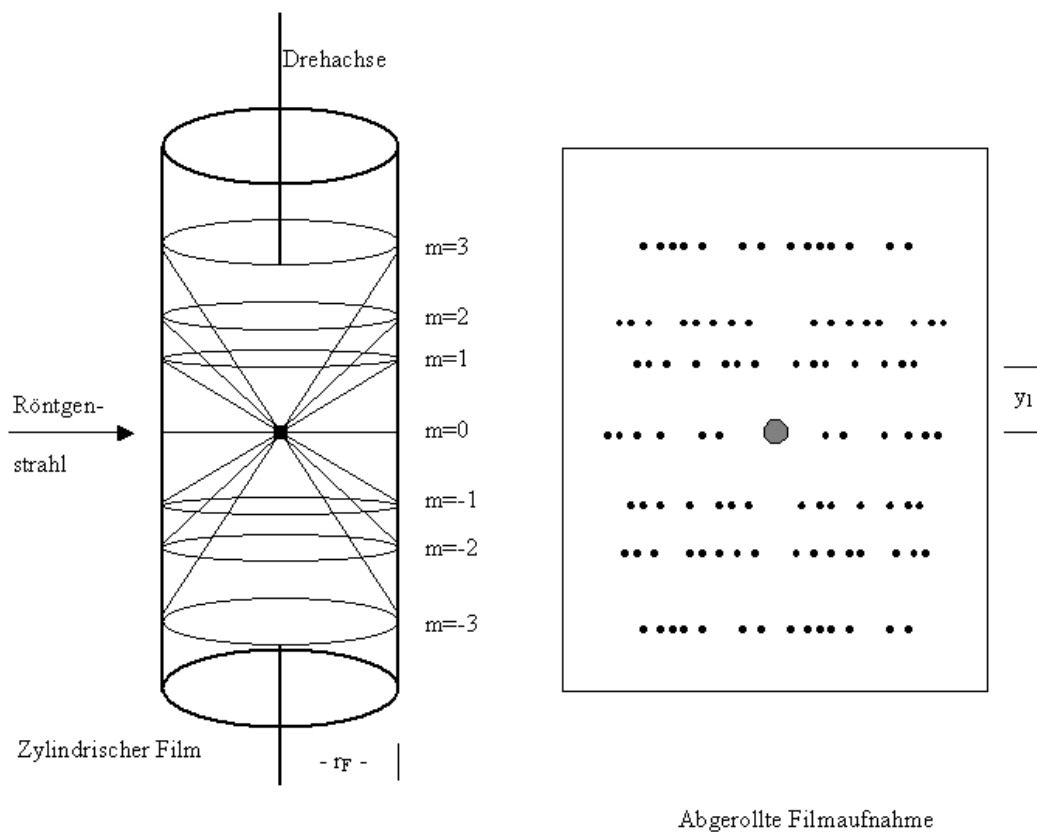
F 2013 M, Aufgabe 3: Kristallstruktur von Festkörpern

(a) **BILD** Skizze

(b) $N_{\text{Fe}} = \frac{1}{8} \cdot 8 + 1 = 2$ und $N_{\text{Au}} = \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 1 + 3 = 4$

(c) [MS13, S. 48]: $\rho = \frac{Nm}{V}$, wobei $V = g^3$ (Würfel) gilt: $\rho_{\text{Fe}} \approx 7.93 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$ und $\rho_{\text{Au}} \approx 19.3 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$

(d) Drehkristallmethode⁷



Lauekegel bei einer Drehkristallaufnahme
m: Ordnung des Lauekegels

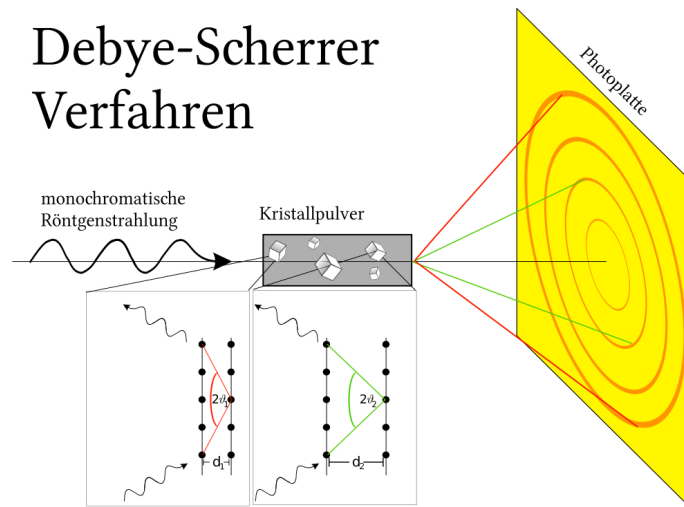
⁷<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Drehkristall.png> (Zugriff am 21.02.2015)

- Mesung lässt sich am besten mit Ewaldkugel darstellen
- Annahme: Drehachse liegt in kristallographischer c -Richtung, das heißt, die reziproken Gitterebenen vom Typ (h,k,m) stehen senkrecht zu dieser Achse
- Drehen des Kristalls um $c \implies$ Ebenen schneiden Ewaldkugel in einem Kreis
- vom Kristall gebeugte Strahlen liegen auf (Laue-)Kegel, dessen Achse in Richtung der Drehachse liegt \implies auf Film bilden diese Reflexe eine Linie
- Öffnungswinkel der Kegel hängt von λ und der c -Gitterkonstanten ab
- Bestimmung der Gitterkonstante c aus dem Abstand y_m der zum m -ten Lauekegel gehörenden Linie von der Linie $m = 0$:

$$c = \frac{m\lambda}{\sin\left(\arctan\left(\frac{y_m}{r_F}\right)\right)}$$

- Anwendung der Drehkristallmethode setzt NICHT voraus, dass gemessene Kristallrichtung die Richtung einer Gitterachse ist
- mit diesem Verfahren lässt sich für jeden Punkt des Kristallgitters die dazugehörige Länge des Gittervektors bestimmen

Debye-Scherrer-Methode⁸



- polykristalline bzw. pulverförmige Probe
- alle Winkel treten zufällig auf \implies man erhält immer ein Beugungsbild, das aus Ringen besteht

(e) [MS13, S. 354]: $E_\lambda = \frac{hc}{\lambda} \approx 8.05 \text{ keV}$

[MS13, S. 360]: $n\lambda = 2d \sin(\alpha)$

Peak $\implies n = 1 \implies d_{hkl} \approx 1.67 \text{ \AA}$

MERKE: $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \implies a \approx 3.73 \text{ \AA}$

⁸http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fa/Debye_scherrer_verfahren.svg (Zugriff am 21.02.2015)

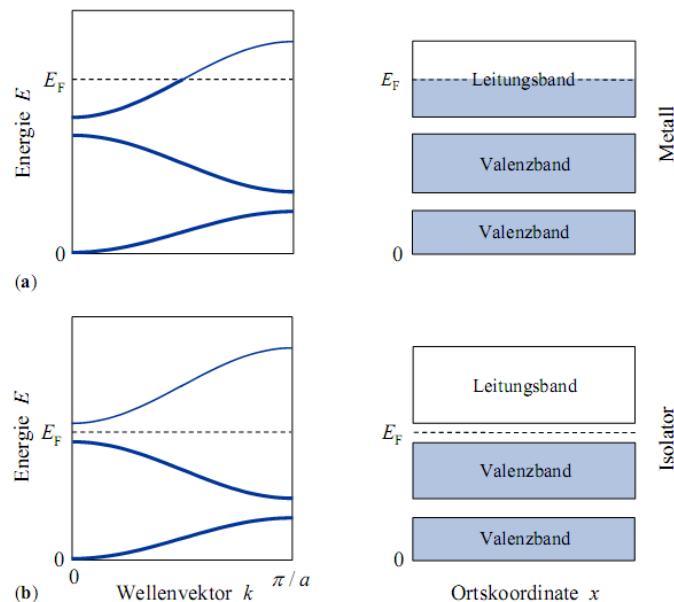
$$(f) \frac{dd_{hkl}}{d\Theta} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\cos(\Theta)}{\sin(\vartheta)} \stackrel{!}{=} \iff \Theta = 90^\circ$$

$$\implies d_{hkl} = \frac{\lambda}{2} \approx 0.77 \text{ \AA}$$

F 2013 M, Aufgabe 4: Elektrische Leitfähigkeit von Festkörpern

- (a) Halbleiter am absoluten Nullpunkt sind Isolatoren.

Bändermodell: Metalle und Isolatoren



(Hunklinger)

Diese Folie wurde [Ero14] entnommen.

Metall: E_F innerhalb des Leitungsbandes; Valenzband und Leitungsband überlappen bei Anlegen einer geringen elektrischen Feldstärke \rightsquigarrow Elektronen können kleine Energiemengen aufnehmen und in höheren Energiezustand wechseln \rightarrow Beitrag zum elektrischen Stromfluss

Isolatoren/Halbleiter: Bandlücke beim Halbleiter ist zwischen 0.1 eV und 3 eV; Temperaturerhöhung oder Beleuchtung des Halbleiters \implies einige Elektronen können Bandlücke überwinden \rightarrow Leitungsband \implies Stromfluss

- (b) Metall: Leitungsband und Valenzband überlappen \implies Konzentration freier Ladungsträger relativ unabhängig

Halbleiter: $T = 0 \implies$ Halbleiter ist Isolator; Je höher T , desto höher die Ladungsträgerdichte \rightsquigarrow Bandlücke muss erst überwunden werden

H 2013 M, Aufgabe 4: Struktur von Aluminium(a) **BILD** Skizze

$$N = \text{Atome pro Einheitszelle: } 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$[\text{MS13, S. 48}]: \varrho_{\text{Al}} = \frac{M_{\text{EZ}}}{V_{\text{EZ}}} = \frac{N \cdot m_{\text{Al}}}{a_0^3} \implies n_{\text{Al}} = \frac{N}{a_0^3} = \frac{\varrho_{\text{Al}}}{m_{\text{Al}}}$$

$$\text{mit } \varrho_{\text{Al}} = 2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ und } m_{\text{Al}} = 26 \text{ u folgt: } a_0 = 0.4 \text{ nm}$$

(b) **BILD** Skizze

Interferenzringe: polykristalline Probe

→ alle Kristallorientierungen gleichzeitig vorhanden

jeder Ring repräsentiert ein $\Theta_{hkl} \rightarrow d_{hkl}$ und Beugungsordnung n

$$\sin(\Theta) = \frac{\Delta s}{2d} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{d}$$

$$[\text{MS13, S. 360}]: \rightsquigarrow \Delta s \stackrel{!}{=} n\lambda = 2d \sin(\Theta)$$

(c) $2\Theta = 60^\circ$

$$d_{200} = \frac{a_0}{2} = 0.2 \text{ nm} \xrightarrow{(b)} \lambda = 0.2 \text{ nm}$$

(d) $\Delta s_{100} \stackrel{!}{=} \lambda$, damit Intensitätsmaximum

$$\Delta s_{200} = \frac{1}{2} \Delta s_{100} = \frac{1}{2} \lambda \rightarrow \text{destruktive Interferenz mit „Nachbarstrahl“} \implies \text{KEIN Maximum}$$

(e) $[\text{MS13, S. 333}]: E = hf = \frac{hc}{\lambda} = 6.2 \text{ keV}$ (f) $[\text{MS13, S. 333}]: \lambda_\gamma = \lambda_N = \frac{h}{p} \rightarrow \text{FSR85: } E_{\text{kin},n} = \frac{p^2}{2m_N} = \frac{h^2}{2m_N \lambda^2} = 20 \text{ meV}$ Bemerkung: definierter Impuls p heißt freies Teilchen \implies de Broglie

VII Aufbau der Materie Iib – Kerne und Teilchen

F 2012 M, Aufgabe 2: Kernmasse

(a) Tröpfchenmodell: geladener Flüssigkeitstropfen

- verformbar, aber konstantes Volumen
- Wechselwirkung hauptsächlich zwischen nächsten Nachbarn
- Protonen haben Ladung $+e$

(b) [MS13, S. 372]: $E = Bc^2 = (Zm_p + Nm_n - mK)c^2$

(c) **MERKE:**

- $a_v A$: Volumenanteil
 $V_K \propto A$, da $\rho = \text{const}$
- $a_s A^{\frac{2}{3}}$: Oberflächenanteil
Oberfläche $\propto R^2 \propto A^{\frac{2}{3}}$, wobei R der Kernradius ist
- $a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$: Coulombanteil
 $E_c \propto q^2 \propto Z^2$ und $E_c \propto \frac{1}{r} \propto \frac{1}{A^{\frac{1}{3}}}$

(d) **BILD** Skizze

(e) isobare Nuklide: $A = \text{const}$, N und Z variieren

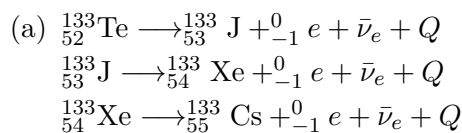
ersetze in $M(A, Z)$ alle N mit $N = A - Z$ und erhalte

$$M(A, Z) = Z^2(a_c A^{-\frac{1}{3}} + a_a A^{-1}) - Z(M_n + a_a - M_p) + A(M_n - a_v + a_s A^{-\frac{1}{3}} + \frac{a_a}{4} + \delta A^{-\frac{3}{2}})$$

Kern am stabilsten, wann $M(A, Z)$ minimal, also wenn gilt:

$$\frac{dM}{dZ} \stackrel{!}{=} 0 \iff Z(A = 101) = 49.47 \approx 49$$

H 2012 M, Aufgabe 4: Kernspaltung und Folgen



(c) [MS13, S. 375]: $A = \lambda N = \frac{\lambda m}{A_r \cdot 1 \text{ u}}$ und $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}}$

$$\implies m = 1.8 \cdot 10^{-17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

(d) [MS13, S. 375]: $A = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N$

$$\implies \frac{A_J}{A_{\text{Cs}}} = 274$$

$$\implies A_J = 274 \cdot A_{\text{Cs}}, \text{ da Unterschied der } T_{\frac{1}{2}} \text{ größer als der Unterschied der Entstehungsraten}$$

- (e) **MERKE:** Anzahl der Kernspaltungen: $N = \frac{P \cdot t}{E} = 2.25 \cdot 10^{23}$

Annahme: $t \ll T_{\frac{1}{2}} \implies$ „Jod hat KEINE Zeit zu zerfallen“

$$N_0(\text{J}) = 0.01 \cdot N = 2.25 \cdot 10^{21}$$

$$A = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N_0(\text{J}) = 2.26 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$$

F 2013 M, Aufgabe 2: Uranspaltung

- (a) Attraktions-Wechselwirkung: starke Kernkraft
 Repulsive Wechselwirkung: Coulombabstoßung (und Asymmetrie)
 \longrightarrow mit steigendem Z nimmt Coulombabstoßung zu
- (b) [MS13, S. 372]: ${}_{92}^{238}\text{U}$: $E_B = 1.79 \text{ GeV} \implies \frac{E_B}{A} = 7.53 \text{ MeV}$
 ${}_{26}^{56}\text{Fe}$: $\frac{E_B}{A} = 8.79 \text{ MeV}$
 $\frac{E_B}{A}(\text{Fe}) - \frac{E_B}{A}(\text{U}) = 1.256 \text{ MeV}$
- (c) [MS13, S. 372]: $Q = [(m_n + m_{K,\text{U}}) - (m_{K,\text{Ba}} + m_{K,\text{Kr}} + 3m_n)]c^2 = 126.7 \text{ MeV}$
- (d) **MERKE:** $P = \frac{NQ}{t} \implies \frac{N}{t} = \frac{P}{Q} = 2.46 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{s}}$
 $\frac{m_{\text{U}}}{t} = \frac{N}{t} \cdot m_{K,235\text{U}} = 9.61 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$
- (e) ${}_{92}^{239}\text{U} \longrightarrow {}_{93}^{239}\text{Np} + {}_{-1}^0 e + \bar{\nu}_e + Q$
 ${}_{93}^{239}\text{Np} \longrightarrow {}_{94}^{239}\text{Pu} + {}_{-1}^0 e + \bar{\nu}_e + Q$
 $\implies \beta\text{-Zerfall}$

H 2013 M, Aufgabe 2: Betazerfall des freien Neutrons

- (a) [MS13, S. 375]: $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 617.8 \text{ s}$
- (b) **MERKE:** $p = eBr$
 [MS13, S. 85]: $E_k = \frac{p^2}{2m}$
Proton
 - $p_p = eBr_P = 5.21 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$
 - $E_{\text{kin},p} = \frac{1}{2} \frac{p_p^2}{m_P} = 505.9 \text{ eV}$Elektron
 - $p_e = 2.64 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$
 - [HH02, S. 55]: $E_0 = m_e c^2 = E^2 - c^2 p^2 \implies E_{\text{kin},e} = E - E_0 = 200.2 \text{ keV}$

(c) $\Delta m = m_n - (m_p + m_e) \implies E_{\text{ges}} = \Delta m c^2 = 784.8 \text{ keV}$ ([MS13, S. 329])

(d) $E_{\text{ges}} = E_{\text{kin},p} + E_{\text{kin},e} + E_{\bar{\nu}} \implies E_{\bar{\nu}} = 584.1 \text{ keV}$

(e) $E^2 = c^2 p^2 + E_0^2$ mit $E_{0,\bar{\nu}} = 0$
 $\implies p_{\bar{\nu}} = \frac{E_{\bar{\nu}}}{c} = 3.12 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$

- (f) Massenvergleich: $m_p < m_n$

Prozess liefert KEINE Energie \implies KEIN spontaner Zerfall

H 2013 M, Aufgabe 3: Bohrsches Atommodell für wasserstoffartige Ionen

- (a) [MS13, S. 335]: $rm_e v = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar$

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2}$$

$$\Delta E = hf$$

$$r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\pi m_e Z e^2} = \frac{n^2}{Z} \cdot \underbrace{\frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m_e e^2}}_{=a_0} \quad \checkmark$$

$$[\text{MS13, S. 337}]: Ry_H = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3 c}$$

$$\text{mit [MS13, S. 336] folgt: } E = -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}$$

$$[\text{MS13, S. 403}]: a_0 = \frac{\alpha}{4\pi Ry} = \frac{\alpha(2\epsilon_0^2 \hbar^3 c)}{\pi m_e e^3}$$

$$[\text{MS13, S. 407}]: Ry = \frac{\alpha^2 m_e c}{2\hbar} \implies \alpha^2 = \frac{\hbar e^4}{4\epsilon_0^2 \hbar^3 c^2}$$

$$a_0^2 = \frac{\hbar^4 \epsilon_0^2}{\pi^2 m_e^2 e^4} \implies a_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2}$$

- (b) $\mu_\pi = \frac{m_{\text{Pb}} m_\pi}{m_{\text{Pb}} + m_\pi} \implies a_\pi = 193 \text{ fm}$

$$[\text{MS13, S. 335}]: r_1 = \frac{1}{Z} a_\pi = 2.35 \text{ fm}$$

- (c) [MS13, S. 336]: $E_1 \approx -161.16 \text{ MeV}$ und $E_2 \approx -40.3 \text{ MeV}$

$$[\text{MS13, S. 337}]: \Delta E = \frac{hc}{\lambda} \implies \lambda \approx 10.26 \text{ fm}$$

- (d) $E_{\text{Anregung}} = -hcRy \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$

$$[\text{MS13, S. 162}]: E_t = \frac{3}{2} kT = E_{\text{Anregung}} \implies T = 78900 \text{ K}$$

- (e) mangelnde Energie: $n = 2$ bei Zimmertemperatur NICHT (kaum) besetzt \implies KEIN Balmer \implies pumpen in $n = 2$: Elektronenstöße; Bestrahlung mit Photonen mit $E_{12} = 10.2 \text{ eV} \rightsquigarrow \lambda = 121 \text{ nm}$ (Gasentladungsröhre)

Literatur

- [Ero14] EROMS, J.: *Aufbau der Materie II*. Regensburg, 2013/2014.
- [HH02] HAMMER, A. ; HAMMER, H.: *Physikalische Formeln und Tabellen*. München : J. Lindauer Verlag, 2002.
- [MS13] MENDE, D. ; SIMON, G.: *PHYSIK – Gleichungen und Tabellen*. München : Carl Hanser Verlag, 2013.
- [Rot91] ROTTMANN, K.: *Mathematische Formelsammlung*. Heidelberg, Berlin : Spektrum Akademischer Verlag, 1991.
-